



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
<b>Mathématiques</b>	<b>E, F, G</b>	Durée de l'épreuve : 2h20 Date de l'épreuve : 10 juin 2020

Numéro du candidat : \_\_\_\_\_

### Instructions

- L'élève indique sur cette feuille son numéro de candidat.
- L'élève répond à toutes les questions de la partie obligatoire.
- L'élève répond à exactement 1 question pour chacun des 2 groupes de la partie au choix. Il indique obligatoirement ses choix en marquant d'une croix les cases appropriées ci-dessous.

Seules les réponses correspondant aux questions choisies par l'élève seront évaluées. Toute réponse à une question non choisie par l'élève est cotée à 0 point. En l'absence de choix clairement renseigné sur la page de garde la partie au choix est cotée à 0 point.

### Partie obligatoire

(41 points)

- |   |           |
|---|-----------|
| 1) Question 1 : Système d'équations           | 8 points  |
| 2) Question 2 : Problème d'optimisation       | 12 points |
| 3) Question 3 : Exponentielles et logarithmes | 14 points |
| 4) Question 4 : Dérivée                       | 7 points  |

### Partie au choix

(19 points)

#### Groupe n°1 (Cocher une case parmi les 2 questions ci-dessous)

- |  |            |
|--|------------|
| <input type="checkbox"/> Question 5a) : Dérivée      | } 9 points |
| <input type="checkbox"/> Question 5b) : Probabilités |            |

#### Groupe n°2 (Cocher une case parmi les 2 questions ci-dessous)

- |   |             |
|---|-------------|
| <input type="checkbox"/> Question 6a) : Système d'inéquations | } 10 points |
| <input type="checkbox"/> Question 6b) : Dénombrement          |             |

**PARTIE OBLIGATOIRE****(41 points)****Question 1 (8 points)**

Résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = -2 \\ \frac{4x - 9y}{3} = -4 - 3z \\ 8(x - y) - 5(x + z) = -4y - 20z + 2 \end{cases}$$

**Question 2 (12 points)**

Un magasin de meubles doit faire appel à une entreprise de transport pour la livraison de ses commandes. Ce mois-ci, le magasin devra livrer au moins 16 bibliothèques, 12 canapés et 32 chaises. L'entreprise de transport propose deux modèles de camionnettes :

Le modèle A permet de transporter 4 bibliothèques, 2 canapés et 4 chaises. Son coût de location est de 40 €.

Le modèle B permet de transporter 2 bibliothèques, 2 canapés et 8 chaises. Son coût de location est de 50 €.

L'entreprise de transport dispose de 10 camionnettes de chaque modèle.

Combien de modèles de chaque camionnette le magasin doit-il louer afin de minimiser les coûts de location ? Quel est alors ce coût minimal ?

**Question 3 (2+6+6=14 points)**

- 1) Soient  $a$  et  $b$  deux réels positifs tels que  $\log a = 5,2$  et  $\log b = -3,2$ .

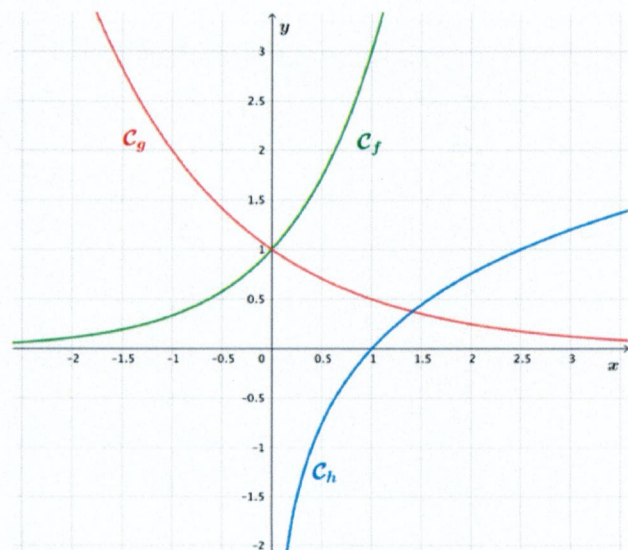
Calculer  $\log \frac{a^4}{\sqrt{b}}$ .

- 2) Résoudre les équations suivantes et donner l'ensemble des solutions (sans déterminer les conditions d'existence). On demande les valeurs exactes des solutions.

a)  $\log_2(5x + 1) - 4 = 0$

b)  $3 \cdot 6^{2x} - 9 = 16 - 2 \cdot 6^{2x}$

- 3) Dans le repère ci-contre, on a représenté graphiquement trois fonctions (exponentielles ou logarithmes). Trouver l'expression analytique de chacune de ces fonctions en justifiant la réponse.





**Question 4 (5+2=7 points)**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x + 1$ .

- 1) Calculer la dérivée de  $f$ , dresser le tableau de variation et déterminer les coordonnées des extrema éventuels.
- 2) Déterminer une équation de la tangente  $t$  à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse 1.

**PARTIE AU CHOIX**

**(19 points)**

**Groupe n°1**

**Choisir UNE question parmi les questions 5a) et 5b) et cocher la case correspondante sur la page de garde.**

**Question 5a) (2+3+2+2=9 points)**

Une entreprise qui fabrique un certain appareil électroménager, a pu établir que le coût de fabrication journalier, exprimé en €, de  $x$  appareils est donné par

$$C(x) = 450 - 8x + 2x^2 \quad (\text{avec } 1 \leq x \leq 40).$$

- 1) Le coût unitaire moyen pour une production journalière est donné par  $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ .  
Donner l'expression qui permet de calculer le coût unitaire moyen correspondant à une production de  $x$  appareils. Calculer ensuite le coût unitaire moyen pour une production de 30 appareils.
- 2) Combien d'appareils faut-il fabriquer pour que ce coût unitaire moyen soit minimal ? Que vaut alors ce coût unitaire moyen ?
- 3) Chaque appareil est vendu 80 €. Exprimer, en fonction de  $x$ , la recette totale  $R(x)$  et le bénéfice  $B(x)$  réalisés en un jour.
- 4) Déterminer  $x$  pour que le bénéfice soit maximal.

**Question 5b) (5+4=9 points)**

Dans un vol décollant de l'aéroport du Findel, on a relevé les données suivantes :

45% des passagers sont des hommes et parmi ces hommes, 60% sont de nationalité luxembourgeoise. 30% des passagers sont des femmes et parmi ces femmes, 15% ne sont pas de nationalité luxembourgeoise.

61% du total des passagers est de nationalité luxembourgeoise.

- 1) Recopier et compléter le tableau suivant :

	Hommes	Femmes	Enfants	Total
Nationalité luxembourgeoise				
Autre nationalité				
Total				

- 2) On choisit un passager au hasard. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse :
- d'un enfant luxembourgeois ?
  - d'une personne de nationalité luxembourgeoise sachant qu'il s'agit d'un enfant ?
  - d'une femme sachant qu'elle n'est pas luxembourgeoise ?
  - d'un homme sachant qu'il est luxembourgeois ?

*On donnera une **valeur exacte** et une **valeur approchée** à  $10^{-4}$  près des résultats.*

### **Groupe n°2**

**Choisir UNE question parmi les questions 6a) et 6b) et cocher la case correspondante sur la page de garde.**

#### **Question 6a) (4+4+2=10 points)**

On considère le triangle  $ABC$  avec  $A(1;7)$  ;  $B(9;5)$  et  $C(1; - 1)$ .

- Faire une figure et déterminer une équation de chacune des droites  $(AB)$ ,  $(BC)$  et  $(AC)$ .
- Déterminer un système d'inéquations dont les solutions sont représentées par ce triangle (bords inclus).
- Déterminer le maximum de la fonction  $f(x,y) = 3x + 2y$  sur ce triangle.

#### **Question 6b) (4+2+1+3=10 points)**

Les questions suivantes sont indépendantes.

- Combien de mots différents (ayant un sens ou non) peut-on former en permutant les lettres des mots :
  - HIVER
  - CHAPEAU
  - GAUCHE si les voyelles (A, U et E) doivent rester ensemble ?
- Combien de groupes contenant 3 filles et 2 garçons peut-on former dans une classe de 20 élèves composée de 12 filles et de 8 garçons ?
- Un test est composé de 10 questions à choix multiple avec cinq propositions de réponse par question. Les élèves cochent **exactement** une réponse par question. De combien de manières différentes un élève peut-il répondre à ce test ?
- Combien de mains de 8 cartes choisies dans un jeu de 32 cartes contiennent exactement deux dames ? Quelle est la probabilité d'obtenir une telle main ?

*On donnera une **valeur exacte** et une **valeur approchée** à  $10^{-4}$  près de la probabilité.*