



BRANCHE	SECTIONS	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques	E, F, G	Durée de l'épreuve : 2 heures Date de l'épreuve : 11 juin 2018

Partie 1 : Systèmes d'équations et d'inéquations

Question 1

(6 points)

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + y - 4z = 1 \\ 7(x - 1) - 6z = 1 - y \\ \frac{2x}{3} - \frac{4y + 2}{5} = \frac{2z}{3} + 3 \end{cases}$$

Question 2

(14 points)

Un jeune entrepreneur a décidé de lancer une nouvelle marque d'équipements sportifs. La gamme de chaussures de running est composée de deux modèles : le modèle *high speed* et le modèle *dynamico*.

La fabrication du modèle *high speed* nécessite 4h de main d'œuvre, 6 minutes de travail sur machine et 22 € de matériel. Celle du modèle *dynamico* nécessite 5h de main d'œuvre, 20 minutes de travail sur machine et 15 € de matériel. L'entrepreneur dispose au maximum de 175 h de main d'œuvre, de 600 minutes de travail sur machine et le montant pour le matériel ne peut pas dépasser 825 €.

Le modèle *high speed* sera vendu à 100 € et le modèle *dynamico* à 140 €.

Déterminer le nombre de paires de chaussures de chaque modèle que doit produire l'entrepreneur pour obtenir une recette maximale. Calculer le montant de cette recette.

Partie 2 : Analyse

Question 3

(3+2=5 points)

Résoudre les équations suivantes (valeurs exactes) et donner l'ensemble des solutions :

1) $3 \log_5(11 - 2x) + 1 = 9 - \log_5(11 - 2x)$

2) $5 \cdot 7^{3x} - 90 = 8 + 3 \cdot 7^{3x}$

Question 4

(5+4+3+2+3+3=20 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = 20x^3 - 360x^2 + 1920x + 5000$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1) Dresser le tableau de variation de la fonction f et donner les extrema éventuels.
- 2) Dresser le tableau de concavité de la fonction f et donner les points d'inflexion éventuels.
- 3) Déterminer l'équation réduite de la tangente t à C_f au point d'abscisse 3.

La fonction f permet de calculer le nombre de naissances pour les 12 années suivant l'année 2015.

Par exemple, pour calculer le nombre de naissances en 2015 on remplace x par 0.

- 4) Déterminer le taux de variation moyen de naissances lors des 6 premières années à partir de 2015.
- 5) Calculer le taux de variation instantané en 2026.
- 6) Quelles sont les années où ce taux est égal à 720 naissances par an ?

Partie 3 : Probabilités et combinatoire

Question 5

((2+2)+(2+2)=8 points)

Une urne contient 7 boules bleues, 5 boules vertes et 3 boules jaunes.

- 1) On tire simultanément 4 boules de l'urne. Calculer la probabilité de :
 - a) tirer 4 boules de la même couleur ;
 - b) tirer au moins une boule jaune ;
- 2) On tire successivement avec remise 3 boules de l'urne. Calculer la probabilité de :
 - a) tirer dans l'ordre une boule verte, suivie d'une boule jaune, suivie d'une boule verte ;
 - b) tirer en dernier deux boules bleues, sachant que la première boule est jaune.

Question 6

(2+3+2=7 points)

- 1) On tire successivement et sans remise 5 cartes d'un jeu de 52 cartes. Calculer le nombre de cas possibles pour que cette main ne contienne que des cartes de même couleur (trèfle, pique, cœur, carreau).
- 2) Un enseignant veut former un groupe composé de 7 élèves. Il peut choisir parmi 12 filles et 18 garçons. Calculer le nombre de groupes possibles composés d'au moins trois garçons.
- 3) Calculer le nombre de possibilités pour former un code commençant par 3 lettres différentes suivies de 2 chiffres différents.