LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
2019

BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE	
MATHÉMATIQUES II	**C, D**	*Durée de l'épreuve :*	*165 minutes*
		Date de l'épreuve :	*24/05/2019*

Question théorique : **(4 points)**

Démontrez le résultat suivant :

Si f est une fonction continue sur $[a;b]$ et F est une primitive de f sur $[a;b]$,

alors pour tout x de $[a;b]$: $\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a)$.

En particulier : $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$, noté $\left[F(t)\right]_a^b$.

Exercice 1 : **(4 + 4 + 3,5 + 1,5 + 3 = 16 points)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - 2x)\cdot e^{\frac{x}{2}}$ et soit C_f sa courbe représentative.

Faites l'étude de la fonction f :

a) limites aux bornes du domaine et comportement asymptotique,

b) dérivée, tableau des variations et extrema,

c) dérivée seconde, tableau de concavité et points d'inflexion,

d) équation de la tangente t à C_f au point d'abscisse -2,

e) représentation graphique de C_f et de t dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

Exercice 2 : **(5 points)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$ par $f(x) = \dfrac{-5x^3 + x^2 - 4}{x^2 - 4}$ et C_f sa courbe représentative.

Déterminez la position de C_f par rapport à son asymptote oblique.

Exercice 3 : **(3 + 5 + 4 = 12 points)**

1) Calculez $\lim\limits_{x\to 0}\left(1 + \dfrac{3x}{4}\right)^{\frac{2}{x}-3}$.

2) Résolvez l'équation : $\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{e^{-x} + e^{x}}{e^{x} - 1}\right) = -1$.

3) Résolvez l'inéquation : $\log(x+2) - \log(x^2+9) + 1 < -\log(x-2)$.

Exercice 4 : **((3 + 4) + 3 + 4 = 14 points)**

1) Calculez : a) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin(2x)}{\cos^4 x}\,dx$

b) $\int \frac{1-2x}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx$

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ par $f(x)=\frac{2x^2+3x-1}{x^2}$.

Déterminez la primitive F de f qui prend la valeur 3 ln 2 en $x=-2$.

3) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$ par $g(x)=\frac{x-2}{(2x-3)^2}$.

Déterminez les réels a, b et c tels que $g(x)=\frac{a}{(2x-3)^2}+\frac{b}{2x-3}$

et déduisez-en les primitives de g.

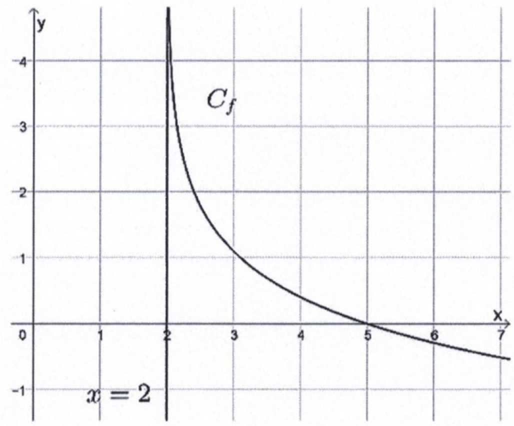
Exercice 5 : **(5 + 4 = 9 points)**

N.B. : Dans cet exercice, vous pouvez vous servir des informations sur les figures.

1) Soit f la fonction définie sur $]2;+\infty[$ par $f(x)=\ln\frac{3}{x-2}$ et soit $t\in\,]2;5]$.

a) Déterminez l'aire $A(t)$ de la partie du plan délimitée par le graphe C_f, l'axe (Ox) et les droites d'équations $x=t$ et $x=5$.

b) Déterminez la limite de $A(t)$, si t tend vers 2.



2) Calculez le volume V du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la partie du plan délimitée par les graphes des fonctions f et g définies par :

$f(x)=-x^2+5$ et $g(x)=-x+3$