LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES 2017

BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 2	C & D	*Durée de l'épreuve* 2 h 45 min
		Date de l'épreuve 26.05.2017
		Numéro du candidat

Question I (2 + 4 = 6 points)

1) a est un réel strictement positif distinct de 1.
Démontrer que pour tout réel x strictement positif et pour tout réel r, $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.

2) Démontrer que si f est continue sur un intervalle $[a;b]$ et F est une primitive de f sur $[a;b]$, alors, pour tout x de $[a;b]$, $\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a)$.
En particulier : $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$, noté $[F(t)]_a^b$.

Question II (4 + 7 = 11 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation et l'équation suivantes :

1) $8e^{-3x} - e^{3x} \geq -7$

2) $x + \log_2(2^x - 0{,}5) = \log_{0{,}5} 9$

Question III (5 + 5 + 2 + 8 = 20 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = 1 - x - \ln\frac{x}{x-1}$.

1) Déterminer les domaines de définition et de dérivabilité de f et étudier l'existence d'asymptotes au graphe G_f.

2) Etudier le sens de variation de f et la concavité de G_f et dresser un tableau récapitulatif complet.

3) Tracer G_f dans un repère orthonormé du plan d'unité 2 cm.

4) Calculer l'aire $A(\lambda)$ de la partie du plan délimitée par G_f , l'asymptote oblique et les droites d'équation $x = -1$ et $x = \lambda$ où $\lambda \in]-1;0[$. Ensuite calculer $\lim_{\lambda \to 0} A(\lambda)$.

Question IV (3 + 6 + 6 = 15 points)

1) Calculer $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{3x+1}{3x}\right)^{2x-3}$.

2) Calculer $\int_{-2}^{2\sqrt{3}} \frac{3x+1}{\sqrt{16-x^2}} dx$.

3) Calculer $\int \frac{\sin 2x}{(1 - 2\sin^2 x)^4} dx$ sur un intervalle I de réels bien choisi.

Question V (8 points)

Calculer, dans un repère orthonormé de l'espace, le volume V du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la partie du plan délimitée par les graphes des fonctions f et g définies par $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ et $g(x) = x^2 - 4x - 1$.