LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
2019

BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE	
Mathématiques 2	**B**	*Durée de l'épreuve :*	240 minutes
		Date de l'épreuve :	20/05/2019

Question 1

a) Étudier en fonction du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation suivante :

$$(m+3)\left(\frac{1}{2}\right)^x + (m-3)\left(\frac{1}{4}\right)^x = -8(m-4)$$

b) Donner les solutions de l'équation précédente pour $m = \frac{5}{2}$.

c) Résoudre l'inéquation suivante pour $m = \frac{5}{2}$:

$$(m+3)\left(\frac{1}{2}\right)^x + (m-3)\left(\frac{1}{4}\right)^x < -8(m-4)$$

(8+3+3)   14 points

Question 2

On donne la fonction f définie par

$$f(x) = \ln[(x+3)e^{x-1}] - \frac{1}{2}\ln x^2$$

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

a) Déterminer les domaines de définition et de continuité de f.

b) Montrer que pour tout x du domaine de définition de f, on a :

$$f(x) = \ln(x+3) + (x-1) - \ln|x|$$

c) Déterminer les asymptotes de $\mathcal{C}_f$.

d) Déterminer le domaine de dérivabilité de f. Calculer la dérivée et étudier le signe de la dérivée. Établir le tableau de variation de f.

e) Calculer la dérivée seconde et étudier son signe. Établir le tableau de concavité de f et calculer les coordonnées du point d'inflexion.

f) Déterminer la position relative de $\mathcal{C}_f$ par rapport à l'asymptote en $+\infty$ et indiquer les points d'intersection éventuels de l'asymptote avec $\mathcal{C}_f$.

g) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'inflexion.

h) Tracer la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé d'unité 1 cm. Dessiner les asymptotes et la tangente au point d'inflexion.

i) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine délimité par $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 4$.

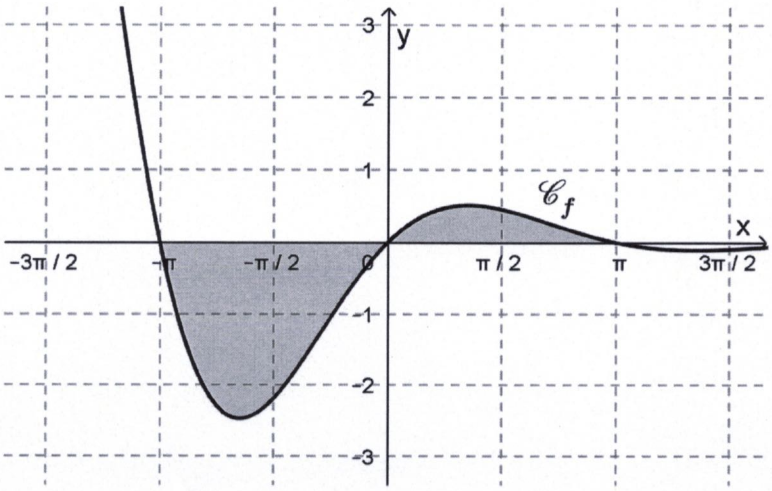
(0,5+0,5+4,5+3+2,5+2,5+1+2,5+3)   20 points

Question 3

On donne la fonction f définie par :

$$f(x) = e^{-\frac{x}{2}} \cdot \sin x$$

Soit S la partie du plan délimitée par l'axe des x, la courbe de f et les droites d'équation $x = -\pi$ et $x = \pi$.



Calculer l'aire de la surface S.

7 points

Question 4

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\log_x \dfrac{1}{625} \leq -\log_{\frac{1}{2}} 8 - 2\log_5 \sqrt{x}$

b) Calculer : $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$

(5+4)   9 points

Question 5

a) Calculer les réels a, b et c pour que l'égalité suivante soit vérifiée pour tout réel x qui n'annule pas les dénominateurs :

$$\frac{3x^3 - 9x^2 + 7x + 2}{(x-2)^2(x^2 - x + 2)} = \frac{1}{x-2} + \frac{a}{(x-2)^2} + \frac{bx + c}{x^2 - x + 2}$$

b) Calculer $\displaystyle\int \frac{3x^3 - 9x^2 + 7x + 2}{(x-2)^2(x^2 - x + 2)}\,dx$ sur un intervalle I de $]2\,;+\infty[$.

(3+7)   10 points