

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: B

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

sept _____

Question 1 (4+4+1+5+2+4 = 20 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} (x+2) \cdot e^{\frac{1}{x}} & , \text{ si } x < 0 \\ 0 & , \text{ si } x = 0 \\ x(1 - \ln x^2) & , \text{ si } x > 0 \end{cases}$

et soit G son graphe cartésien dans un repère orthonormé du plan (unité: 1 cm).

- 1) Déterminer le domaine de définition de f .
Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.
- 2) Etudier l'existence d'asymptotes à G .
- 3) Déterminer les points d'intersection de G avec l'axe des abscisses.
- 4) Etudier le sens de variation de f et dresser le tableau de variation.
- 5) Tracer G .
- 6) Calculer l'aire $A(\lambda)$ de la partie du plan délimitée par G , l'axe des x et les droites d'équation $x = \lambda$ et $x = e$ ($0 < \lambda < 1$).
Calculer $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} A(\lambda)$.

Question 2 (4+4+5 = 13 points)

1) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2^x}{2^{2x} - 1}$.

- a) Montrer que f est impaire.
- b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$f(x) - f(-x) = \frac{3}{4}$$

- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$\ln \frac{2x-4}{x+1} = -1 - \ln \sqrt{(x+1)^2}$$

- 3) Déterminer suivant la valeur de k le nombre de solutions de l'équation :

$$\ln(8e^{2x} - 4e^x + 1) = k$$

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: B

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

Question 3 (3+4+4 = 11 points)

- 1) Calculer : $\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x}$ (faire une intégration par parties)

- 2) a) Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln(2x + \sqrt{4x^2 + 1})$.
Déterminer $\text{dom } f$ et $\text{dom}_d f$, puis calculer $f'(x)$.
b) Déterminer la primitive de la fonction $g : x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1}}$ qui s'annule en $\sqrt{2}$.

- 3) Soit (S) la surface délimitée par les deux courbes d'équation respective $y = \sqrt{2x}$ et $y = -2x + 6$ et l'axe des abscisses.
Calculer le volume du solide engendré par la rotation de la surface (S) autour de l'axe Oy.