Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2004	Nom et prénom du candidat
Section: *B*	
Branche: *Mathématiques II*	
Durée : *3 heures* juin	

I) A) On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$.

1) Etudier la fonction f (Domaine de définition et de dérivabilité, limites et asymptotes, sens de variation et tableau de variation, représentation graphique (C_f) dans un R.O.N.d'unité : 2cm)

2) a) Justifier que f admet des primitives sur $\mathbb{R}$.
b) Déterminer la primitive F de f qui s'annule pour x = 1.
c) En déduire l'aire $A(\lambda)$ de la surface délimitée par (C_f), l'axe (Ox), la droite (D_1) d'équation x = 1 et la droite (D) d'équation $x = \lambda$, avec $\lambda \in [1, +\infty[$.
d) Calculer $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$

B) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante où k désigne un paramètre réel: $e^{3x} = -k^2 e^x + 2k e^{2x}$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\ln 24 + \ln(3-x) < \ln(x+1) + \ln(25x-49)$.

(22 points)

****

II) 1) Définir la fonction *Arctangente*

2) Démontrer : $Arc\tan\dfrac{1}{\sqrt{x}} = Arc\cot\sqrt{x} \quad (\forall x \in \mathbb{R}_0^+)$

3) On donne la fonction définie par $f(x) = Arc\tan\dfrac{1-x^2}{5x-x^2}$

Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)}{x-1}$

(14 points)

****

III) 1) Calculer l'intégrale indéfinie suivante : $I = \displaystyle\int \frac{2x^3+x^2+2x+2}{x^4+3x^2+2}\,dx$.

<u>Indication</u> : Calculer les réels a, b, c et d tels que pour tout x qui n'annule pas le dénominateur on ait $\dfrac{2x^3+x^2+2x+2}{x^4+3x^2+2} = \dfrac{ax+b}{x^2+1} + \dfrac{cx+d}{x^2+2}$

2) a) Calculer l'intégrale indéfinie suivante : $J = \displaystyle\int \frac{x^2}{1+x^2}\,dx$

b) De a), déduire le calcul de l'intégrale indéfinie $K = \displaystyle\int \frac{x^2}{1+x^2}\cdot Arc\tan x\,dx$.

3) Calculer l'aire de la surface délimitée par la parabole (P) d'équation $y^2=2x$ et la droite (D) d'équation y = x-4.

4) On considère la surface (S) délimitée par la courbe (C) et les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives : $y = \dfrac{1}{3}\sqrt{x}\,(3-x)$ *et* $x = 0$ *et* $x = 3$.

Calculer le volume du solide engendré par la rotation de (S) autour de l'axe Ox. *(24 points)*