Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2003	Nom et prénom du candidat
Section: B Juin	
Branche: Mathématiques II	

I. Soit la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} 2x - |x| \ln x^2 & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

et soit G sa représentation graphique dans un repère orthonormé. (unité = 2 cm)

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x = 0$.

2) En déduire les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f.

3) Calculer les limites aux bornes de dom f et étudier le comportement asymptotique de G.

4) Déterminer les points d'intersection de G avec l'axe des x.

5) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations.

6) Calculer $f''(x)$ et en déduire la concavité de G et les points d'inflexion éventuels.

7) Tracer G .

8) Calculer l'aire (en cm^2) de la surface délimitée par G, l'axe des x et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

20 pts.

II. Soit la fonction f définie par $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2} \text{ Arc} \cos x\right)$

1) Déterminer dom f, im f (ensemble des images par f) et trouver une expression simplifiée de f(x).

2) Sachant que la fonction Arc cotangente est la réciproque de la restriction à $]0;\pi[$ de la fonction cotangente : Arc cot : $\mathbb{R} \to]0;\pi[: x \longmapsto \text{Arc cot } x$

$$\text{Arc cot } x = y \Leftrightarrow x = \cot y \quad \text{et} \quad 0<y<\pi$$

calculer : $\text{Arc cot } \frac{1}{3} + \text{Arc cot } \frac{1}{2}$

3) Soit la fonction f définie par $f(x) = \text{Arc tan } \frac{x + a}{1 - ax}$ $(a \in \mathbb{R}_0)$

a) Déterminer dom f et dom_d f; montrer que $f'(x)$ est indépendant de a. (calculer $f'(x)$)

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\text{Arc tan } \frac{x - 1}{1 + x} + \text{Arc tan } x = \frac{\pi}{4}$

15 pts.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2003	Nom et prénom du candidat
Section: B Juin	
Branche: Mathématiques II	

III. 1) Calculer $A = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin x \cos^2 x}$

2) Calculer $B = \int_0^{1/2} e^{\text{Arc}\cos x}\, dx$

3) Soit $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{e^x + 1}\, dx$

Calculer I_1 , $I_n + I_{n+1}$ et en déduire I_2 et I_3.

12 pts.

IV. Soit les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = x^x$ et $g(x) = x^{-x}$ et soit G_f et G_g leurs représentations graphiques dans un même repère orthonormé. (unité = 2 cm)

1) Déterminer les domaines de définition et de dérivabilité de f et de g.

2) Calculer les limites de f et de g aux bornes de leurs domaines de définition.

3) Calculer f'(x) et g'(x) et dresser les tableaux de variations respectifs.

4) Tracer G_f et G_g .

5) Monter que les tangentes à G_f et à G_g en leur point d'intersection d'abscisse x=1 sont perpendiculaires. Ecrire les équations de ces deux tangentes.

13 pts.