Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: C ; D

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

____

I) Résoudre les inéquations et l'équation suivantes et donner l'ensemble de(s) solution(s) :

1) $\ln\dfrac{1+e^x}{1-e^x} \leq 1$ 2) $\ln x - 2\cdot\ln(x-4) = -\ln 2$ 3) $\log_{\frac{1}{2}}\left(2-x^2\right)+\log_{\frac{1}{2}} x < \log_2 x$

(5 + 4 + 5 = 14 pts)

II) 1) Soit g la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $g(x)=\dfrac{1}{x}-1-\ln x$.

a) Vérifier que 1 est une racine de g.

b) En étudiant les variations de g, déterminer son signe.

2) Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=e^{-x}\cdot(1+\ln x)$.

a) Calculer les limites de f aux bornes de $]0\,;+\infty[$ et indiquer les asymptotes éventuelles.

b) Vérifier que pour tout réel $x>0$: $f'(x)=e^{-x}\cdot g(x)$.

c) Etudier les variations de f.

(4 + 8 = 12 pts)

III) Soit f la fonction définie par : $f(x)=e^x-\dfrac{e}{x}$.

1) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition et indiquer les asymptotes éventuelles parallèles aux axes.
2) Etudier les variations de f.
3) Calculer l'aire de la surface du plan délimitée par la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x=-2$ et $x=-1$.

(3 + 3 + 3 = 9 pts)

IV) Calculer les intégrales suivantes :

1) $\displaystyle\int_e^{e^2}\frac{1}{x\ln\sqrt{x}}\,dx$

2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin(2x)\left(\sin^2 x+1\right)dx$

3) $\displaystyle\int\left(2x^2-1\right)e^{-x}dx$

(3 + 3 + 4 = 10 pts)

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: C, D

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

____

Problème (8 + 7 = 15 points)

Remarques préliminaires :

- Tous les calculs de ce problème sont à faire à l'aide de la calculatrice TI-V200.
- Les résultats seront approchés à 10^{-2} près.
- La modélisation du problème, la présentation d'une réponse structurée et argumentée, la clarté des raisonnements, la maîtrise du vocabulaire et des notations mathématiques ainsi que la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie.

La température normale d'un adulte en bonne santé est de 36,5°C.
La fonction f définie par $f(t) = 36{,}5 + te^{-0{,}1t}$ avec $t \in \mathbb{R}^+$ décrit l'évolution de la température pour un malade souffrant de fièvre, t désignant le nombre d'heures passées depuis le début de la maladie, $f(t)$ représentant la température en °C.

1) a) A quel moment, pendant les premières 48 heures, la température est-elle la plus élevée ?
   Quelle est cette température ?
   b) A quel moment, pendant les premières 48 heures, la température monte-elle, respectivement descend-elle le plus vite ?
   c) A quel moment la température descend-elle à nouveau en-dessous de 37°C ?
2) Cinq heures après le début de la maladie, le malade prend un médicament contre la fièvre. A partir de cet instant; la température commence à diminuer et se rapproche de la température corporelle normale. Deux heures après la prise du médicament, la température est de 38,4°C.
   Soit une fonction $g(t) = a + be^{-ct}$ $\left(a,b,c \in \mathbb{R}_0^+\right)$ qui décrit l'évolution de la température après la prise du médicament.
   a) Déterminer a sachant que la température doit retomber finalement à la température corporelle normale.
   b) Déterminer ensuite b et c.
   c) A quel moment après la prise du médicament, la température est-elle pour la première fois inférieure d'un degré à la température sans prise de médicament ?