



ÉPREUVE ÉCRITE	Branche : Mathématiques 2
Section(s) : C et D	N° d'ordre du candidat :
Date de l'épreuve : 6 juin 2016	Durée de l'épreuve : 2h 45min

Théorie: (2+2 = 4 points)

Démontrez:

$$1) \forall a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\} \text{ et } \forall x \in \mathbb{R}_0^+ : (\log_a(x))' = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$$

$$2) \forall a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\} \text{ et } \forall x \in \mathbb{R} : (a^x)' = a^x \cdot \ln(a)$$

Exercice 1: (6+7 = 13 points)

Résolvez l'équation et l'inéquation ci-dessous, en précisant les conditions d'existence.

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{15}{2^{-x}} = 2$$

$$2) 2 \cdot \left(\log_{\frac{1}{3}}(x)\right)^2 + \log_{\frac{1}{3}}(x) - 8 \geq \log_3(x) + 4$$

Exercice 2: (2+4 = 6 points)

Calculez les limites suivantes en justifiant :

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{\left(\log_{\frac{4}{3}}\left(\frac{5}{e^{-x}}\right)\right)}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x-4}\right)^{2x-1}$$

Exercice 3: (5+4+3+2+2+3 = 19 points)

Réalisez l'étude complète de la fonction définie par: $f(x) = (x + 1)^2 \cdot e^{2-x}$

- 1) Déterminez les domaines de définition et de dérivabilité. Calculez les limites aux bornes de ce domaine et étudiez le comportement asymptotique de la fonction f .
- 2) Calculez la dérivée première et la dérivée seconde de la fonction f et leurs racines respectives.
- 3) Établissez le tableau de variation de f ainsi que le tableau de concavité du graphe cartésien de f .
- 4) Déterminez les coordonnées (valeurs exactes) des extréma et des points d'inflexion éventuels.
- 5) Déterminez les coordonnées (valeurs exactes) des points d'intersection du graphe cartésien de f avec les axes du repère.
- 6) Représentez f graphiquement dans un repère orthonormé (unité: 1 cm).

Exercice 4: (4+3+5 = 12 points)

Calculez les intégrales suivantes:

- 1) $\int \frac{3x-1}{\sqrt{25-x^2}} dx$ sur $] -5; 5[$
- 2) $\int (2x^2 - 1) \cdot \ln(2x) dx$ sur $] 0; +\infty[$
- 3) $\int \frac{4x^3 - 16x^2 + 17x - 4}{x^2 - 4x + 4} dx$ sur $] 2; +\infty[$

en déterminant d'abord les coefficients a , b et c tels que:

$$\frac{4x^3 - 16x^2 + 17x - 4}{x^2 - 4x + 4} = a \cdot x + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{(x-2)^2}$$

Exercice 5: (6 points)

Voici la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = e^x \cdot (1 - x^2)$ dans un repère orthonormé.

Calculez l'aire de la surface coloriée sur la figure.

