

## Epreuve écrite

**Examen de fin d'études secondaires 2013**

**Sections: C et D**

**Branche: Mathématiques II**

**Numéro d'ordre du candidat**

---

I 1) Démontrer que si  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction continue sur un intervalle  $[a, b]$ , alors la fonction  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow \int_a^x f(t) dt$  est dérivable sur  $[a, b]$  et la dérivée de  $F$  est  $f$ .

2) Calculer l'intégrale et les primitives suivantes :

a)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{6x-1}{\sqrt{4-x^2}} dx$

b)  $\int \sin x \cdot e^{\cos x} dx$  et  $\int \sin x \cdot \cos x \cdot e^{\cos x} dx$ .

(5+(4+4)=13 points)

II 1) Simplifier  $\log_{\sqrt{2}} 4 - \log_{0,1} 3^{3 \log_3 2} - e^{-\ln 2}$ .

2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $6^x - 6^{1-x} = 5$ .

3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $4 \cdot \log_{\frac{1}{4}}(3-x) + \log_2(2x+6) \leq 1$ .

4) Soit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow f(x) = \left(\frac{2x+1}{2x}\right)^{\frac{x}{2}}$ . Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(2+3+6+3=14 points)

III Soit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow f(x) = -\frac{x}{2} + \ln \frac{x-1}{x}$ .

1) Etudier la fonction  $f$ : domaine de définition, limites et asymptotes, dérivée première, tableau des variations.

2) a) Expliquer que  $f(x) < 0$  sur  $]1, +\infty[$ .

b) Calculer l'aire  $\mathcal{A}$  de la partie du plan limitée par la courbe représentative de  $f$ , l'axe des  $x$ , et les droites d'équations  $x=2$  et  $x=3$ .

(9+5=14 points)

IV Soit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow f(x) = \frac{5e^x}{e^{2x} + 1}$ .

1) Etudier la fonction  $f$ : domaine de définition, limites et asymptotes, dérivée première, dérivée seconde, tableau des variations avec extremum et points d'inflexion (valeurs approximatives), représentation graphique dans un repère orthonormé.

2) Etablir une équation de la tangente à la courbe  $C_f$  représentative de  $f$  au point d'abscisse  $\ln 2$  de  $C_f$ .

3) Soit  $\mathcal{S}$  la partie du plan limitée par la courbe  $C_f$ , l'axe des  $x$ , et les droites d'équations  $x=0$  et  $x = \ln \sqrt{3}$ .

a) Calculer l'aire  $\mathcal{A}$  de la surface  $\mathcal{S}$ .

b) Calculer le volume  $\mathcal{V}$  du solide engendré par la rotation de  $\mathcal{S}$  autour de l'axe des  $x$ .

(12+2+5=19 points)