Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007

Section: C / D

Branche: MATHEMATIQUES 2

Numéro d'ordre du candidat

repêchage

I. 1) Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

a) $6e^{x} - 7 - 14e^{-x} + 15e^{-2x} \geq 0$

b) $\frac{1}{2}\log_2(4-3x) \leq \log_2(3-2x) + \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{x}$

2) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x^3}\ln(-1+x^2)$.

Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

(13 points)

II. 1) Démontrer la propriété suivante :

Si f est une fonction continue sur $[a,b]$, F est une primitive de f sur $[a,b]$,

alors, pour tout x de $[a,b]$, $\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a)$.

En particulier, $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$, noté $[F(t)]_a^b$.

2) Calculer les intégrales suivantes :

a) $A = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} e^{-2x}\cos 3x dx$

b) $B = \int_1^9 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx + \int_1^9 \frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$

c) $C = \int_{-2}^{1} \frac{3}{\sqrt{6-5x}}dx$

(15 points)

III. Soit la fonction f définie par $f(x) = (-2x^2 + 3x - 2)e^{2-x}$

1) Faire l'étude de f:
   a) domaine de définition,
   b) limites et asymptotes,
   c) dérivée,
   d) dérivée seconde,
   e) tableau de variation,
   f) points d'intersection avec les axes
   g) représentation graphique.

2) Calculer l'aire du domaine compris entre la courbe C_f, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

(17 points)

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007

Section: C, D

Branche: Mathématiques 2

Numéro d'ordre du candidat

repêchage

Question IV $(3+3+3+1+5=15$ points$)$

Une tour de refroidissement a une hauteur de 100 m. La figure montre une coupe le long de l'axe vertical (unité 10 m). Dans le premier quadrant le bord extérieur (sans la partie rectiligne) est le graphe de la fonction f et le bord intérieur (sans la aprtie rectiligne) est le graphe de la fonction g.

1. Déterminer $f(x) = \frac{6}{ax+b}$ $(a \in \mathbb{R}_0,\ b \in \mathbb{R})$ sachant que G_f passe par le point $P(2;6)$ et se termine en $Q(5,25;0,8)$. Déterminer $\operatorname{dom} f$.
2. On donne $g(x) = \frac{4}{2x-3}$ avec $x \in [1,7;4]$. Justifier que G_g ainsi définie peut bien être le bord intérieur de la tour (sans la partie rectiligne). Calculer l'épaisseur de la paroi à une altitude de 85 m.
3. Au point d'abscisse 4 le bord intérieur possède un point anguleux. Calculer l'amplitude de l'angle α correspondant à l'intérieur de la tour.
4. Définir la fonction k dont le graphe est le bord intérieur (sans la partie rectiligne) dans le deuxième quadrant.
5. Calculer l'aire A, en m^2, de la section (surface ombrée).