



Examen de fin d'études secondaires 2012

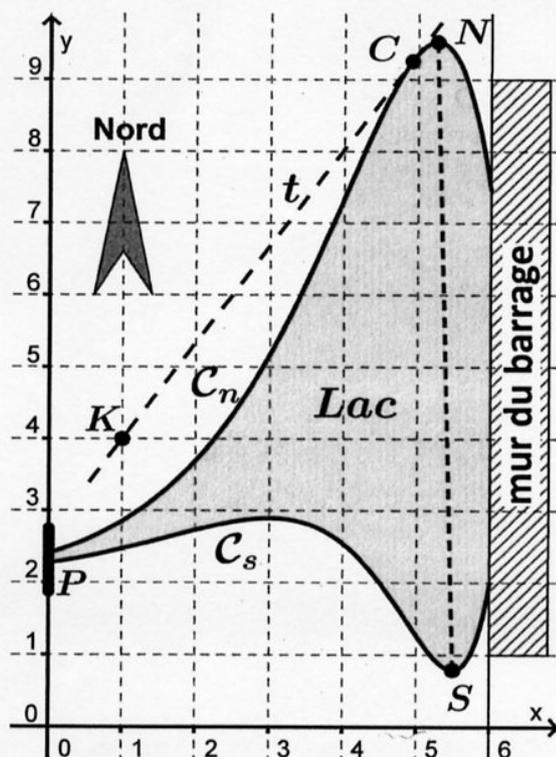
Section : C, D

Branche : Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

jeun

## Lac artificiel



La carte montre un lac artificiel délimité par le pont  $P$ , par un bord nord  $C_n$ , un bord sud  $C_s$  et par le mur du barrage d'équation  $x = 6$ . Une unité de longueur sur la carte correspond à 100 m en réalité.

Le bord du nord du lac est décrit par la

$$\text{fonction } n : x \mapsto 2 + (4x^2 - 68x + 273) e^{x - \frac{13}{2}},$$

avec  $x \in [0; 6]$

Le bord du sud du lac est décrit par la

$$\text{fonction } s : x \mapsto 2 + 2(2x^2 - 21x + 54) e^{x-6},$$

avec  $x \in [0; 6]$

**Indication pour les calculs :**

passer en mode "APPROXIMATE".

1. Déterminer la superficie  $\mathcal{A}$  du lac en  $\text{m}^2$ . Déterminer la profondeur moyenne  $m$  du lac, sachant que le volume  $V$  contenu dans le lac vaut environ  $3,5 \cdot 10^5 \text{ m}^3$ .
2.
  - a) Déterminer les coordonnées du point  $S$  le plus au sud du lac et du point  $N$  le plus au nord du lac.
  - b) Déterminer la distance  $d$  entre les deux points  $S$  et  $N$ .  
*Rappel : soient  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$ , on a :  $\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ .*
  - c) Un bateau naviguant à 9 km/h relie en ligne droite les points  $S$  et  $N$ .  
 Déterminer la durée  $T$  d'un tel parcours en minutes, secondes.
  - d) Un coureur à pied part au même moment du point  $S$  que le bateau en courant le long du lac, en passant par le mur du barrage. Qui arrivera en premier au point  $N$ , sachant que le coureur se déplace avec une vitesse de 10 km/h.  
*Rappel : pour une fonction dérivable sur  $[a; b]$ , la formule permettant de calculer la longueur  $\ell$  de la partie du graphe de la fonction  $f$  allant de  $M(m; f(m))$  à  $N(n; f(n))$  est donnée par :  $\ell = \int_m^n \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$ .*
3. On veut réaliser une piste cyclable  $t$  en ligne droite passant par le point  $K(1; 4)$  et qui est tangente en un point  $C$  de la partie nord du bord du lac. Déterminer les coordonnées du point  $C$  et donner l'équation de la droite  $t$ .

3+7+5 = 15 points

