Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011 **Section: C, D** **Branche: Mathématiques II**	**Numéro d'ordre du candidat** ____________________

Question I (3 points)

Démontrer la propriété suivante :

Si $a \in \mathbb{R}_+^0 \setminus \{1\}$, alors

- $\forall x \in \mathbb{R}_+^0,\ (\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$;
- $\forall x \in \mathbb{R},\ (a^x)' = a^x \ln a$.

Question II (4 + 6 = 10 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $e^x - e^{-x} = 3 \cdot (1 + e^{-x})$

2) $\log_{25}(5 - 2x) \geq \log_5 x - \dfrac{1}{2}$

Question III (4 + 2 = 6 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \left(\dfrac{-x+1}{2-x}\right)^{3x}$.

1) Trouver les domaines de définition et de dérivabilité de f. Calculer la dérivée f'.

2) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

Question IV (5 + 5 = 10 points)

1) Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{4+x}{\sqrt{2x-1}}$.

   Trouver sur un intervalle I à préciser la primitive de f qui prend la valeur 20 en 5.

2) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par les courbes d'équation $y = -3x^2 - 10x + 5$ et $y = 5 - x^3$.

Question V (12 + 2 + 2 = 16 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x - \ln(2x)}{x}$.

1) Faire une étude complète de f:
   a) domaines de définition et de dérivabilité ;
   b) limites et asymptotes ;
   c) dérivée première et dérivée seconde ;
   d) tableau récapitulatif (avec variations, extrema eventuels, concavité, points d'inflexion éventuels) ;
   e) représentation graphique dans un repère orthonormé (unité 2 cm).

2) Etablir une équation de la tangente t au graphe C_f de f au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$.

   Représenter t dans le même repère que C_f.

3) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_f, l'axe des x et les droites d'équation $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = \dfrac{e}{2}$.

Épreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011	**Numéro d'ordre du candidat**
Section : C,D	
Branche : Mathématiques II	______________ ______________

I. Problème:

Le problème suivant est à résoudre à l'aide de la V200.
Pour l'attribution des points la clareté du raisonnement et la rédaction seront pris en compte.

On veut déterminer une fonction qui exprime le poids d'un éléphant africain femelle (en kg) en fonction de son âge (en *années*)

1) i. Déterminer l'expression d'un polynôme P de degré minimal sachant que:
   A. Le poids d'un nouveau-né est de 300 kg et la vitesse de croissance d'un nouveau-né est de 71 kg/an.
   B. Une femelle de 20 ans pèse 1800 kg.
   C. La vitesse de croissance maximale de $85,5$ kg/an est atteint lorsque l'éléphant a $5,5$ ans.

   ii. Juger de la qualité du modèle polynômial trouvé.

2) La *fonction de croissance W de von Bertanlanffy* donne approximativement le poids W (en kg) en fonction de l'âge t (en années) des éléphants africains femelles. Son expression est

$$W(t) = 2600 \cdot \left(1 - 0.51 \cdot e^{-0.075 \cdot t}\right)^3$$

   i. Évaluer le poids et la vitesse de croissance du poids d'un nouveau-né.
   ii. Estimer l'âge et la vitesse de croissance du poids d'une femelle adulte de 1800 kg.
   iii. Calculer et interpréter $\lim\limits_{t \to +\infty} W(t)$.
   iv. Quand la vitesse de croissance du poids est-elle maximale et qu'elle est alors sa valeur?

3) Dans un même repère tracer les deux fonctions P et W.

Modélisation;Communication;Argumentation 7 + Connaissances mathématiques 8=15 points