Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007 **Section: C, D** **Branche: Mathématiques II**	**Numéro d'ordre du candidat** ______________________

Question I ***4+5+2+2+4+3= 20 points***

Soit f la fonction définie par $\mathrm{f}(x)=\dfrac{1+\ln x}{\sqrt{x}}$

et G sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1) Précisez le domaine de définition de f et étudiez l'existence d'asymptotes à G.

2) Etudiez le sens de variation de f et dressez le tableau de variation.

3) Etablissez une équation de la tangente à G au point d'abscisse $x = e^{-1}$.

4) Représentez f dans un repère orthonormé du plan (unité = 1 cm).

5) Calculez l'aire de la partie S du plan délimitée par la courbe représentative de f, l'axe des x et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$.

6) Calculez le volume du solide engendré par la rotation de la surface S autour de l'axe des x .

Question II ***3+6+2+2= 13 points***

Résolvez dans IR : **1)** $\dfrac{\left(e^{x}\right)^{2}-6}{4-e^{x}}\geq 0$ **2)** $x+3\cdot\log_{8}\left(2^{x}-1\right)=\log_{2}12$

Calculez les limites suivantes : **3)** $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{x}\cdot\log(7-x)$ **4)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{2x+1}$

Question III ***4+3+5= 12 points***

1) Calculez $\int (x^{2}+3x)\cdot\sin(2x)\,dx$ sur $\mathrm{I}=\mathrm{IR}$.

2) Calculez $\displaystyle\int\frac{x^{2}+4x+9}{2x^{3}+4x^{2}+2x+4}\,dx$ sur $\mathrm{I}=\left]-2;+\infty\right[$.

3) Soit f la fonction définie par $\mathrm{f}(x)=\dfrac{2x-1}{\sqrt{9-x^{2}}}$.

a) Déterminez toutes les primitives de f sur $\mathrm{I}=\left]-3;3\right[$.

b) Déterminez l'unique primitive F de f sur I qui prend la valeur 5, pour $x = 0$.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007 **Sections: C et D** **Branche: Mathématiques II**	**Numéro d'ordre du candidat** ____________________

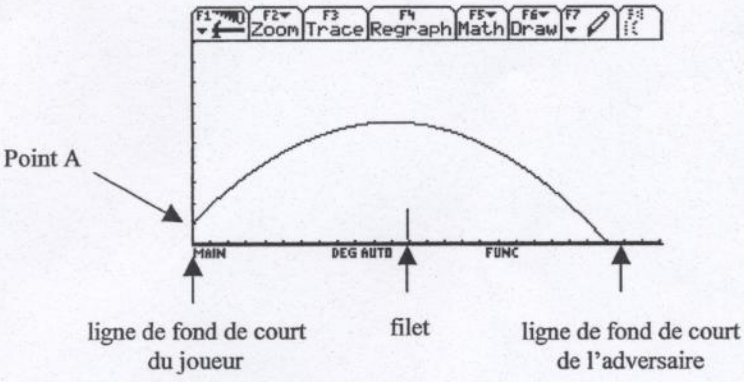
Problème ((3+1)+(1+3+2+5) = 15 points)

Remarques préliminaires :
- Tous les calculs de ce problème sont à faire à l'aide de la calculatrice TI-V200)
- La TI-V200 doit être réglée en mode « degrés »
- La clarté des raisonnements, la maîtrise du vocabulaire et des notations mathématiques ainsi que la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie.

Un **joueur** de tennis désire effectuer un lob, cela signifie qu'il veut envoyer la balle suffisamment haut pour que son **adversaire** ne puisse pas l'intercepter (son tir est parallèle aux lignes latérales (Seitenlinien) du terrain).

Le joueur se trouve à 12 mètres du filet (sur sa ligne de fond de court) et donc à 24 mètres de la ligne de fond de court de son adversaire.

Dans un repère du plan, on note A(0;h) le point où le joueur frappe la balle (h étant donc la hauteur à laquelle le joueur frappe la balle).
On prendra comme origine O du repère le point du sol à la verticale du point A.



1) Supposons que le joueur frappe la balle à une hauteur de 1 mètre au-dessus du sol et que la balle atteint après 11 mètres sa hauteur maximale de 6 mètres.
   a) Déterminer une fonction polynomiale du 2^e degré qui décrit la trajectoire de la balle.
   b) Déterminer graphiquement la portée (Reichweite) de ce tir (à 10^{-2} près).

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007 Sections: C et D Branche: Mathématiques II	Numéro d'ordre du candidat ____________________

2) Les physiciens proposent la fonction suivante pour modéliser la trajectoire de la balle frappée par le joueur :

$$T(x) = -\frac{1}{2}\cdot g\cdot\frac{x^2}{v^2\cdot(\cos\alpha)^2} + \tan\alpha\cdot x + h$$

où $g = 9{,}80$ m/s^2 est l'accélération de la pesanteur (force d'attraction de la Terre)
$v = 14{,}5$ m/s est la vitesse initiale de la balle (en A)
$\alpha = 45°$ est l'angle entre la direction du tir et la direction horizontale
$h = 1$ est la hauteur à laquelle le joueur frappe la balle

a) Quel est le nom de la courbe décrite par la trajectoire de la balle ? Justifier brièvement.

b) Déterminer algébriquement la hauteur maximale du tir (à 10^{-2} près).

c) En levant sa raquette, l'adversaire peut uniquement intercepter des balles qui sont à moins de 3 mètres au-dessus du sol.
A quelle distance minimale du filet l'adversaire doit-il alors se trouver pour être certain de pouvoir intercepter la balle ?

d) Le joueur frappe maintenant sa balle de manière plus forte avec une vitesse initiale de 15,5m/s.
Montrer que son adversaire qui se trouve à 8 mètres du filet ne peut pas intercepter cette balle.
Pourquoi le joueur qui a frappé la balle ne gagne-t-il cependant pas cet échange ?
Est-ce que l'adversaire, qui se trouve toujours à 8 mètres du filet, peut intercepter la balle si le joueur change également son angle de tir à 32° (en frappant toujours avec une vitesse initiale de 15,5m/s) ? Justifier.