LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES

Session 2016

ÉPREUVE ÉCRITE	**Branche : Mathématiques II**
Section : B	**N° d'ordre du candidat :**
Date de l'épreuve : 19 septembre 2016	**Durée de l'épreuve : 4 heures**

Question I (2,5+3,5+2+6,5+1+1+2,5+4 = 23 points)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\begin{cases}(2+x)\cdot e^{\frac{1}{x}} & \text{si } x<0\\ 0 & \text{si } x=0\\ -x+2x\ln\left(x^2\right) & \text{si } x>0\end{cases}$

1) Déterminer les domaines de définition et de continuité de f. Etudier plus particulièrement la continuité de f en $x=0$.
2) Calculer les limites de f aux bornes du domaine de définition et étudier l'existence d'asymptotes.
3) Etudier la dérivabilité de f en $x=0$. En déduire son domaine de dérivabilité.
4) Calculer la dérivée première et la dérivée seconde de f. Etablir le tableau de variation de f.
5) Déterminer les coordonnées (valeurs approchées) des extremums et des points d'inflexion éventuels du graphe cartésien de f.
6) Etablir une équation de la tangente au graphe cartésien de f au point d'abscisse -2.
7) Faire la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (unité : 2 cm).
8) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par le graphe cartésien de f, l'axe des x et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=2$.

Question II (6+6 = 12 points)

1) Soit g la fonction définie par $g(x)=2(3-x)\cdot\ln(3-x)-x+5$.
   a) Déterminer les domaines de définition et de dérivabilité de g.
   b) Calculer les limites de g aux bornes du domaine de définition.
   c) Calculer la dérivée première de g et établir son tableau de variation.
   d) En déduire le signe de g.

2) Soit f la fonction définie par $f(x)=-(x-3)^2\cdot\ln(3-x)+2x-1$.
   a) Déterminer les domaines de définition et de dérivabilité de f.
   b) Calculer les limites de f aux bornes du domaine de définition et étudier l'existence d'asymptotes.
   c) Calculer la dérivée première de f et établir son tableau de variation.

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES

Session 2016

ÉPREUVE ÉCRITE	**Branche : Mathématiques II**
Section : B	**N° d'ordre du candidat :**
Date de l'épreuve : 19 septembre 2016	**Durée de l'épreuve : 4 heures**

Question III (3 points)

Calculer la limite suivante : $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+1}\right)^{1-x^2}$

Question IV (7 points)

Déterminer, en fonction des valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation suivante dans $\mathbb{R}$:

$$(m+2)e^{2x}+1=(m-1)e^{x}$$

Question V (5 points)

Résoudre l'inéquation suivante dans $\mathbb{R}$: $\log_x|x-1|\leq\log_{\sqrt{x}}(x+1)+\log_{\frac{1}{x}}(2-x)$

Question VI (5 points)

Calculer l'intégrale suivante : $I=\int_a^b(1+x)^2\cdot\sin\left[\ln(1+x)\right]dx$ où $a=0$ et $b=e^{\frac{\pi}{2}}-1$

Question VII (2+3 = 5 points)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{-9x^2+8x-11}{2x^3-12x^2+22x}$.

1) Calculer les réels a, b et c tels que, pour tout x qui n'annule pas le dénominateur, on ait

$$f(x)=\frac{a}{2x}+\frac{bx+c}{x^2-6x+11}.$$

2) Rechercher toutes les primitives de f sur un intervalle I à déterminer.