IV

1) a) Pendant un cycle la croissance est exponentielle.

Population initiale : 100 souris.

Après 1 mois on aura : $100 + \frac{7}{100} \cdot 100 = (1 + 0,07) \cdot 100 = 1,07 \cdot 100$ souris

Après 2 mois on aura : $(1,07 \cdot 100) + \frac{7}{100} \cdot (1,07 \cdot 100) = 1,07^2 \cdot 100$ souris

⋮

Après n mois on aura : $1,07^n \cdot 100$ souris

donc $s(t) = 100 \cdot 1,07^t$ $\quad s(t) \leq 3000$; $p = 100$; $k = 1,07$

b) $3000 = 100 \cdot 1,07^t \Leftrightarrow t \simeq 50,27$. Il faut environ 51 mois.

Lors de l'effondrement, la population est réduite à $\frac{1}{30} \cdot 3000 = 100$ souris

$3000 = 100 \cdot 1,07^t \Leftrightarrow t \simeq 50,27 = T$

Un cycle complet dure donc environ 51 mois.

c) Le nombre moyen de souris correspond à la valeur moyenne de la fonction s entre 0 et T.

$$\frac{1}{T-0} \int_0^T s(t)\, dt = 852,641 .$$

2) a) La croissance reste exponentielle mais la population n'augmente plus que de 4% par mois.

Donc : $s_1(t) = 100 \cdot 1,04^t$

$3000 = 100 \cdot 1,04^t \Leftrightarrow t \simeq 86,71 = T_1$

$$\frac{1}{T_1} \cdot \int_0^{T_1} s_1(t)\, dt = 852,641$$

. On n'a fait que rallonger le cycle, le nombre moyen de souris reste constant !!

b) $s_2(t) = 100 \cdot k_2^t$ avec $0 < \alpha < 7 \Rightarrow 1 < k_2 < 1,07$

$3000 = 100 \cdot k_2^t \Leftrightarrow t = \frac{\ln 30}{\ln k_2} = T_2$

$$\frac{1}{T_2} \int_0^{T_2} s_2(t)\, dt = \frac{2900}{\ln 30}$$

Le nombre moyen de souris est indépendant de k_2, donc de α. C-à-d qu'à long terme les mesures d'extermination n'ont aucun effet !

: $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

3) Polynôme du 4e degré : il nous faut donc 5 conditions

- croissance lente au début → tangente horizontale au point 0 ⇒ $f'(0) = 0$
- population initiale : $f(0) = 100$
- avant effondrement : $f(T) = 3000$

prenons p.ex encore $f(15) = s(15)$ et $f(30) = s(30)$

$$\begin{cases} f(0) = 100 \\ f'(0) = 0 \\ f(15) = s(15) \\ f(30) = s(30) \\ f(T) = 3000 \end{cases} \overset{V200}{\Rightarrow} f(x) = 0{,}00067\,x^4 - 0{,}033134\,x^3 + 1{,}12883\,x^2 + 100$$

très bonne approximation pour $x \in [0, 50]$ et $y \in [0, 3000]$

les courbes sont presque confondues à l'écran

1) b) c)

F1 Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

■ solve(3000 = 100·(1.07)^t, t) — t = 50.27
■ 50.269957476 → τ — 50.27
■ 100·(1.07)^t → s(t) — Done
■ $\frac{1}{\tau}\cdot\int_0^{\tau} s(t)dt$ — 852.641

1/τ*∫(s(t),t,0,τ)

MAIN RAD AUTO FUNC 3/28

2) a)

F1 Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

■ $\frac{1}{\tau}\cdot\int_0^{\tau} s(t)dt$ — 852.641
■ solve(3000 = 100·(1.04)^t, t) — t = 86.7194
■ 86.719417868471 → τ1 — 86.7194
■ 100·(1.04)^t → s1(t) — Done
■ $\frac{1}{\tau 1}\cdot\int_0^{\tau 1} s1(t)dt$ — 852.641

MAIN RAD AUTO FUNC 28/30

2) b)

F1 Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

■ solve(3000 = 100·k^t, t) — $t = \frac{\ln(30)}{\ln(k)}$
■ $\frac{\ln(30)}{\ln(k)}$ → τ2 — $\frac{\ln(30)}{\ln(k)}$
■ 100·k^t → s2(t) — Done
■ $\frac{1}{\tau 2}\cdot\int_0^{\tau 2} s2(t)dt$ — $\frac{2900}{\ln(30)}$

1/τ2*∫(s2(t),t,0,τ2)

Note: Domain of result may be larger

3)

F1 Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

■ a·x^4 + b·x^3 + c·x^2 + d·x + e → f(x) — Done
■ $\frac{d}{dx}$(f(x)) → f1(x) — Done
■ solve(f(0) = 100 and f(15) = s(15) and f(…
a = .000667 and b = -.033134 and c = 1.1…
■ f(x) | a = 6.6653983566207E-4 and b = -.0… — Done

…30548 and d=0 and e=100→f(x)

MAIN RAD AUTO FUNC 3/27