

IV

1) a) Pendant un cycle la croissance est exponentielle.

Population initiale : 100 souris.

Après 1 mois on aura : $100 + \frac{7}{100} \cdot 100 = (1 + 0,07) \cdot 100 = 1,07 \cdot 100$ souris

Après 2 mois on aura : $(1,07 \cdot 100) + \frac{7}{100} \cdot (1,07 \cdot 100) = 1,07^2 \cdot 100$ souris

⋮

Après n mois on aura : $1,07^n \cdot 100$ souris

donc $s(x) = 100 \cdot 1,07^x$ $\lambda = 3000$; $p = 100$; $k = 1,07$

b) $3000 = 100 \cdot 1,07^x \Leftrightarrow x = 50,27$. Il faut environ 51 mois.

Lors de l'effondrement, la population est réduite à $\frac{1}{30} \cdot 3000 = 100$ souris

$3000 = 100 \cdot 1,07^x \Leftrightarrow x = 50,27 = \pi$

Un cycle complet dure donc environ 51 mois.

c) Le nombre moyen de souris correspond à la valeur moyenne de la fonction s entre 0 et π .

$$\frac{1}{\pi - 0} \int_0^{\pi} s(x) dx = 852,641.$$

2) a) La croissance reste exponentielle mais la population n'augmente plus que de 4% par mois.

Donc : $s_1(x) = 100 \cdot 1,04^x$

$3000 = 100 \cdot 1,04^x \Leftrightarrow x = 86,71 = \pi_1$

$$\frac{1}{\pi_1} \int_0^{\pi_1} s_1(x) dx = 852,641$$

On m'a fait que rallonger le cycle, le nombre moyen de souris reste constant !!

b) $s_2(x) = 100 \cdot k_2^x$ avec $0 < \alpha < 7 \Rightarrow 1 < k_2 < 1,07$

$3000 = 100 \cdot k_2^x \Leftrightarrow x = \frac{\ln 30}{\ln k_2} = \pi_2$

$$\frac{1}{\pi_2} \int_0^{\pi_2} s_2(x) dx = \frac{2900}{\ln 30}$$

Le nombre moyen de souris est indépendant de k_2 , donc de α . C-à-d qu'à long terme les mesures d'extermination n'ont aucun effet !

$$: f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

3) Polynôme du 4^e degré : il nous faut donc 5 conditions

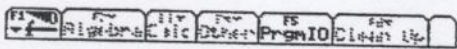
- croissance lente au début \rightarrow tangente horizontale au point 0 $\Rightarrow f'(0) = 0$
- population initiale : $f(0) = 100$
- avant effondrement : $f(T) = 3000$

prenons p.ex encore $f(15) = \Delta(15)$ et $f(30) = \Delta(30)$

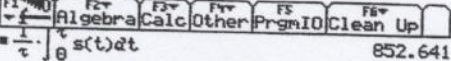
$$\left\{ \begin{array}{l} f(0) = 100 \\ f'(0) = 0 \\ f(15) = \Delta(15) \\ f(30) = \Delta(30) \\ f(T) = 3000 \end{array} \right. \Rightarrow f(x) = 0,00067x^4 - 0,033134x^3 + 1,12883x^2 + 100$$

très bonne approximation pour $x \in [0, 50]$ et $y \in [0, 3000]$

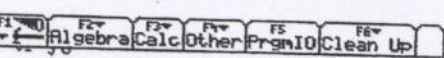
les courbes sont presque confondues à l'écran

1) a) 

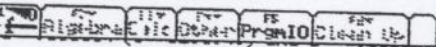
\blacksquare solve($3000 = 100 \cdot (1.07)^t, t$) $t = 58.27$
 \blacksquare $50.269957476 \rightarrow \tau$ 58.27
 \blacksquare $100 \cdot (1.07)^t \rightarrow s(t)$ Done
 \blacksquare $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} s(t) dt$ 852.641
 $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} s(t) dt$
 MAIN RAD AUTO FUNC 3/28

2) a) 

\blacksquare $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} s(t) dt$ 852.641
 \blacksquare solve($3000 = 100 \cdot (1.04)^t, t$) $t = 86.7194$
 \blacksquare $86.719417068471 \rightarrow \tau 1$ 86.7194
 \blacksquare $100 \cdot (1.04)^t \rightarrow s1(t)$ Done
 \blacksquare $\frac{1}{\tau 1} \int_0^{\tau 1} s1(t) dt$ 852.641
 MAIN RAD AUTO FUNC 28/30

2) b) 

\blacksquare solve($3000 = 100 \cdot k^t, t$) $t = \frac{\ln(30)}{\ln(k)}$
 \blacksquare $\frac{\ln(30)}{\ln(k)} \rightarrow \tau 2$ $\frac{\ln(30)}{\ln(k)}$
 \blacksquare $100 \cdot k^t \rightarrow s2(t)$ Done
 \blacksquare $\frac{1}{\tau 2} \int_0^{\tau 2} s2(t) dt$ 2900
 $\frac{1}{\tau 2} \int_0^{\tau 2} s2(t) dt$ $\frac{\ln(30)}{\ln(k)}$
 Note: Domain of result may be ln-3er
 MAIN RAD AUTO FUNC 28/30

3) 

\blacksquare $a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e \rightarrow f(x)$ Done
 \blacksquare $\frac{d}{dx}(f(x)) \rightarrow f1(x)$ Done
 \blacksquare solve($f(0) = 100$ and $f(15) = s(15)$ and $f'(0) = a = .000667$ and $b = -.833134$ and $c = 1.1$)
 \blacksquare $f(x) | a = 6.6653983566207E-4$ and $b = -.83$
 Done
 30548 and $d=0$ and $e=100 \rightarrow f(x)$
 MAIN RAD AUTO FUNC 3/27

