1) On considère la fonction f définie par $f(x)=\begin{cases} x^2\cdot\sqrt{-\ln(x)} & si \quad 0<x\le 1 \\ 1-e^{\frac{x-1}{x^2}} & si \quad x>1 \end{cases}$.

a) Déterminer le domaine de définition de f. Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0=1$. 4 P
b) Étudier l'existence d'asymptotes à la courbe représentative de f. 3 P
c) Étudier le sens de variation de f et dresser un tableau de variation. 6 P
d) Établir une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse. 2 P
e) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé du plan (unité : 2 cm). 3 P

Solution

a) Conditions d'existence : $\left(x>0 \wedge -\ln(x)\ge 0 \wedge x\le 1\right)\vee\left(x^2\ne 0\wedge x>1\right)\Leftrightarrow x>0$

dom $f = \left]0;+\infty\right[$

Continuité en 1

$f(1)=1^2\cdot\ln\sqrt{-\ln(1)}=0$

$$\lim_{x\to1^-} f(x)=\lim_{x\to1^-}\underbrace{\boxed{x^2}}_{\to1}\cdot\underbrace{\boxed{\sqrt{\underbrace{\boxed{-\ln(x)}}_{\to0^+}}}}_{\to0^+}=0 \qquad \lim_{x\to1^+} f(x)=\lim_{x\to1^+}\left(1-\underbrace{\boxed{e^{\overbrace{\boxed{\frac{x-1}{x^2}}}^{\to0}}}}_{\to1}\right)=0$$

Conclusion : f est continue en 1 car $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=f(1)=0$

Dérivabilité en 1

$$\lim_{x\to1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} \qquad\qquad \lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{\overbrace{\boxed{x^2\sqrt{-\ln(x)}}}^{\to0}}{\underbrace{\boxed{x-1}}_{\to0}} \qquad\qquad =\lim_{x\to1^+}\frac{\overbrace{\boxed{1-e^{\frac{x-1}{x^2}}}}^{\to0}}{\underbrace{\boxed{x-1}}_{\to0}}$$

$$\underset{H}{=}\lim_{x\to1^-}\frac{\left(x^2\sqrt{-\ln(x)}\right)'}{(x-1)'} \qquad\qquad \underset{H}{=}\lim_{x\to1^-}\frac{\left(1-e^{\frac{x-1}{x^2}}\right)'}{(x-1)'}$$

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{2x\sqrt{-\ln(x)}+x^2\,\frac{-\frac{1}{x}}{2\sqrt{-\ln(x)}}}{1} \qquad\qquad =\lim_{x\to1^+}\frac{-\frac{x^2-2x(x-1)}{x^4}\,e^{\frac{x-1}{x^2}}}{1}$$

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{\overbrace{\boxed{-x\left(4\ln(x)+1\right)}}^{\to-1}}{\underbrace{\boxed{2\sqrt{-\ln(x)}}}_{\to0^+}} \qquad\qquad =\lim_{x\to1^+}\underbrace{\boxed{\frac{x-2}{x^3}}}_{\to-1}\cdot\underbrace{\boxed{e^{\frac{x-1}{x^2}}}}_{\to1}$$

$$=-\infty \qquad\qquad =-1=f_d'(1)$$

Conclusion : f n'est pas dérivable en 1. C_f admet une demi-tangente verticale à gauche en $A(1|0)$ et une demi-tangente oblique dont la pente vaut -1 à droite en $A(1|0)$.

b) Limites aux bornes du domaine de définition

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \underbrace{\boxed{x^2}}_{\to 0^+}\cdot\underbrace{\boxed{\sqrt{-\ln(x)}}}_{\to +\infty}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\overbrace{\boxed{\sqrt{-\ln(x)}}}^{\to +\infty}}{\underbrace{\boxed{\frac{1}{x^2}}}_{\to +\infty}}$$

$$\underset{H}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{\left(\sqrt{-\ln(x)}\right)'}{\left(\frac{1}{x^2}\right)'}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{-\frac{1}{x}}{2\sqrt{-\ln(x)}}}{-\frac{2}{x^3}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\overbrace{\boxed{x^2}}^{\to 0}}{\underbrace{\boxed{4\sqrt{-\ln(x)}}}_{\to +\infty}}$$

$$= 0$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x)$$

$$= \lim_{x\to +\infty} \left(1-\underbrace{\boxed{e^{\overbrace{\boxed{\frac{x-1}{x^2}}}^{\to 0}}}}_{\to 1}\right)$$

$$= 0$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{x-1}{x^2} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x\to +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Conclusions : [Le point $O(0|0)$ est un point d'accumulation de C_f $(O(0|0)\notin C_f$. Pour tout $\varepsilon>0$, le cercle de centre $O(0|0)$ et de rayon ε rencontre C_f – **pas demandé**] et C_f admet une $A.H.D.: y=0$.

c) Dérivée et tableau des variations

$$f'(x)=\begin{cases} \dfrac{-x\left(4\ln(x)+1\right)}{2\sqrt{-\ln(x)}} & si\ \ 0<x<1 \\ \dfrac{x-2}{x^3}e^{\frac{1-x}{x^2}} & si\ \ x>1 \end{cases} \qquad \text{(cf. calcul des limites)}$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-x\left(4\ln(x)+1\right)}{2\sqrt{-\ln(x)}}=0\wedge 0<x<1 \\ \dfrac{x-2}{x^3}e^{\frac{1-x}{x^2}}=0\wedge x>1 \end{cases} \Leftrightarrow \left(x=e^{-\frac{1}{4}}=\underbrace{\boxed{\frac{1}{\sqrt[4]{e}}}}_{\approx 0,78\in]0;1[}\right)\vee\left(x=\underbrace{\boxed{2}}_{\in]1;+\infty[}\right)$$

$$f'(x)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-x\left(4\ln(x)+1\right)}{2\sqrt{-\ln(x)}}>0\wedge 0<x<1 \\ \dfrac{x-2}{x^3}e^{\frac{1-x}{x^2}}>0\wedge x>1 \end{cases} \Leftrightarrow \left(0<x<\frac{1}{\sqrt[4]{e}}\right)\vee(x>2)$$

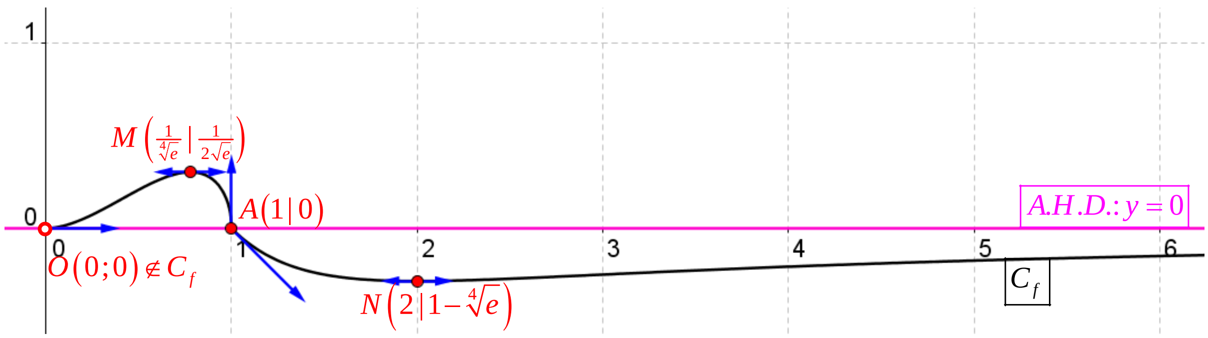
Tableau des variations

x	0		$\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\Vert 0$	$\nearrow$	$\frac{1}{2\sqrt{e}} \approx 0{,}3$	$\searrow$	0	$\searrow$	$1-\sqrt[4]{e} \approx -0{,}3$	$\nearrow$	0

d) Équation de la tangente à C_f au point d'abscisse $\frac{1}{e}$

$$t_{\frac{1}{e}} : y = f'\left(\tfrac{1}{e}\right)\left(x-\tfrac{1}{e}\right)+f\left(\tfrac{1}{e}\right) \Leftrightarrow y = \tfrac{3}{2e}\left(x-\tfrac{1}{e}\right)+\tfrac{1}{e^2} \Leftrightarrow \boxed{y = \tfrac{3}{2e}x-\tfrac{1}{2e^2}}$$

e) Représentation graphique



Pas demandé !

Posons : $\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & si \quad x>0 \\ 0 & si \quad x=0 \end{cases}$

$\tilde{f}$ est donc le prolongement par continuité de f à gauche en 0.

Dérivablilité de $\tilde{f}$ à droite en 0

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\tilde{f}(x)-\tilde{f}(0)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \underbrace{\boxed{x}}_{\to 0^+} \cdot \underbrace{\boxed{\sqrt{-\ln(x)}}}_{\to +\infty} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\overbrace{\boxed{\sqrt{-\ln(x)}}}^{\to +\infty}}{\underbrace{\boxed{\frac{1}{x}}}_{\to +\infty}} \underset{H}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{-\frac{1}{x}}{2\sqrt{-\ln(x)}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\overbrace{\boxed{x}}^{\to 0}}{\underbrace{\boxed{2\sqrt{-\ln(x)}}}_{\to +\infty}} = 0$$

$C_{\tilde{f}}$ admet une demi-tangente horizontale à droite en 0.

2) a) Calculer la limite suivante : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-3}\right)^{x^2}$ 3 P

b) Résoudre l'inéquation : $-e^{2x-\ln\left(\frac{1}{3}\right)}+5<-e^{x+\ln(2)}$. 4 P

c) Résoudre l'équation de variable x : $\int_x^{2x}\ln(t)\,dt=0$ 5 P

d) Soit $a>0$. Déterminer la primitive de la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{1}{x^2+a^2}$

qui s'annule pour $x=a$. 5 P

Solution

a) $$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-3}\right)^{x^2}\underbrace{=}_{x^2=y}\lim_{y\to+\infty}\left(\frac{y+1}{y-3}\right)^{y}=\lim_{y\to+\infty}\left(1+\frac{4}{y-3}\right)^{y}\underbrace{=}_{\substack{t=\frac{4}{y-3}\\ y=\frac{4}{t}+3}}\lim_{t\to0}(1+t)^{\frac{4}{t}+3}=\lim_{t\to0}\left[\underbrace{\boxed{(1+t)^{\frac{1}{t}}}}_{\to e}\right]^4\underbrace{\boxed{(1+t)^3}}_{\to1}=\boxed{e^4}$$

OU

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-3}\right)^{x^2}=\lim_{x\to+\infty}e^{x^2\ln\left(\frac{x^2+1}{x^2-3}\right)}$$

Limite de l'exposant

$$\lim_{x\to+\infty}\underbrace{\boxed{x^2}}_{\to+\infty}\cdot\underbrace{\boxed{\ln\left(\tfrac{x^2+1}{x^2-3}\right)}}_{\to0}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\overbrace{\boxed{\ln\left(\tfrac{x^2+1}{x^2-3}\right)}}^{\to0}}{\underbrace{\boxed{\tfrac{1}{x^2}}}_{\to0}}\underset{H}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{2x\left(x^2-3\right)-2x\left(x^2+1\right)}{\underset{\left(x^2-3\right)}{\cancel{\left(x^2-3\right)^2}}}\cdot\dfrac{\overset{1}{\cancel{x^2-3}}}{x^2+1}}{-\dfrac{2}{x^3}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-8x^4}{-2\left(x^2-3\right)\left(x^2+1\right)}=4$$

Par conséquent : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-3}\right)^{x^2}=\boxed{e^4}$

b) $(\forall x\in\mathbb{R})$

$-e^{2x-\ln\left(\frac{1}{3}\right)}+5<-e^{x+\ln(2)}$

$\Leftrightarrow -3e^{2x}+5<-2e^{x}$

$\Leftrightarrow 3e^{2x}-2e^{x}-5>0$

$\Leftrightarrow \left(3e^x-5\right)\underbrace{\boxed{\left(e^x+1\right)}}_{>0\ (\forall x\in\mathbb{R})}>0$

$\Leftrightarrow e^x>\frac{5}{3}$

$\Leftrightarrow x>\ln\left(\frac{5}{3}\right)$

$\boxed{S=\left]\ln\left(\tfrac{5}{3}\right);+\infty\right[}$

c) $(\forall x\in\left]0;+\infty\right[)$

$\int_x^{2x}\ln(t)\,dt=0$

$\Leftrightarrow \left[t\ln(t)-t\right]_x^{2x}=0 \qquad \left[\left(t\ln(t)-t\right)'=\ln(t)-t\cdot\frac{1}{t}-1=\ln(t)\right]$

$\Leftrightarrow 2x\ln(2x)-2x-x\ln(x)+x=0$

$\Leftrightarrow x\left(2\ln(2x)-\ln(x)-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \underbrace{\boxed{x=0}}_{\text{à écarter}}\vee\ln\left(4x^2\right)=\ln(ex)$

$\Leftrightarrow x=\frac{e}{4}$

$\boxed{S=\left\{\tfrac{e}{4}\right\}}$

d) $F(x)=\int_a^x \frac{dt}{a^2+t^2}=\frac{1}{a}\int_a^x \frac{\frac{1}{a}dt}{1+\left(\frac{t}{a}\right)^2}=\left[\frac{1}{a}\arctan\left(\frac{t}{a}\right)\right]_a^x=\frac{1}{a}\arctan\left(\frac{t}{a}\right)-\frac{1}{a}\underbrace{\boxed{\arctan\left(\frac{a}{a}\right)}}_{=\arctan(1)=\frac{\pi}{4}}=\boxed{\frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right)-\frac{\pi}{4a}}$

---

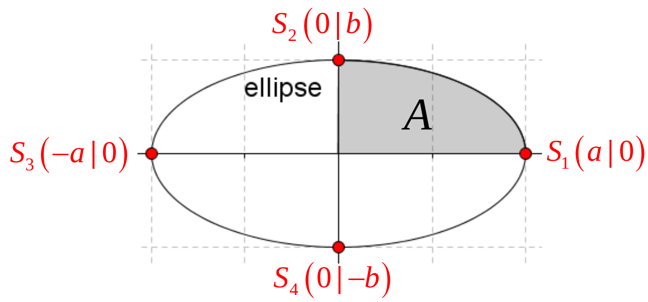
3) Dans un repère orthonormé du plan, on considère l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ avec $a>0$ et $b>0$.

a) En s'inspirant du calcul d'aire du disque par intégration, calculer l'aire de cette ellipse. 7 P

b) Calculer le volume du solide de révolution engendré par la rotation de cette ellipse autour de l'axe des abscisses. 3 P

Solution

a) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow y=\pm\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$



$aire(ellipse)$

$= 4A$

$= 4\int_0^a \frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}\,dx$

$= 4\frac{b}{a}\left[\frac{a^2}{2}\arcsin\left(\frac{x}{a}\right)+\frac{x\sqrt{a^2-x^2}}{2}\right]_0^a$

$= 4\frac{b}{a}\left[\frac{a^2}{2}\underbrace{\boxed{\arcsin\left(\frac{a}{a}\right)}}_{\frac{\pi}{2}}+\underbrace{\boxed{\frac{a\sqrt{a^2-a^2}}{2}}}_{0}-\underbrace{\boxed{\frac{a^2}{2}\arcsin\left(\frac{0}{a}\right)}}_{0}+\underbrace{\boxed{\frac{0\sqrt{a^2-0^2}}{2}}}_{0}\right]$

$= \boxed{\pi ab\;\; u.a.}$

Contrôle

$$\left(\frac{a^2}{2}\arcsin\left(\frac{x}{a}\right)+\frac{x\sqrt{a^2-x^2}}{2}\right)'=\frac{a^2}{2}\frac{\frac{1}{a}}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2}}+\frac{1}{2}\sqrt{a^2-x^2}-\frac{x^2}{2\sqrt{a^2-x^2}}=\frac{a^2+a^2-x^2-x^2}{2\sqrt{a^2-x^2}}=\sqrt{a^2-x^2}$$

N.B. Quand $a=b$, on retrouve la formule pour calculer l'aire d'un disque de rayon a.

OU

$$4\int_0^a \frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}\,dx=4\frac{b}{a}\int_0^{\frac{\pi}{2}} a^2\cos^2(t)\,dt=4ab\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(2t)\right)dt=4ab\left[\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}\sin(2t)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\boxed{\pi ab\,u.a.}$$

Changement de variable

$x=a\sin(t)$ $\qquad dx=a\cos(t)\,dt$ $\qquad x=0\Rightarrow t=0$ $\qquad x=a\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$

$\sqrt{a^2-x^2}=\sqrt{a^2-a^2\sin^2(t)}=a|\cos(t)|=a\cos(t)$ $\left[\text{car } t\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow\cos(t)\geq 0\right]$

$\sqrt{a^2-x^2}\,dx=a\cos(t)\,a\cos(t)\,dt=a^2\cos^2(t)\,dt$

b) $V=2\pi\int_0^a\left(\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}\right)^2dx=2\pi\frac{b^2}{a^2}\left[a^2x-\frac{x^3}{3}\right]_0^a=2\pi\frac{b^2}{a^2}\left(a^3-\frac{a^3}{3}\right)=\boxed{\frac{4}{3}\pi ab^2\;\; u.v.}$

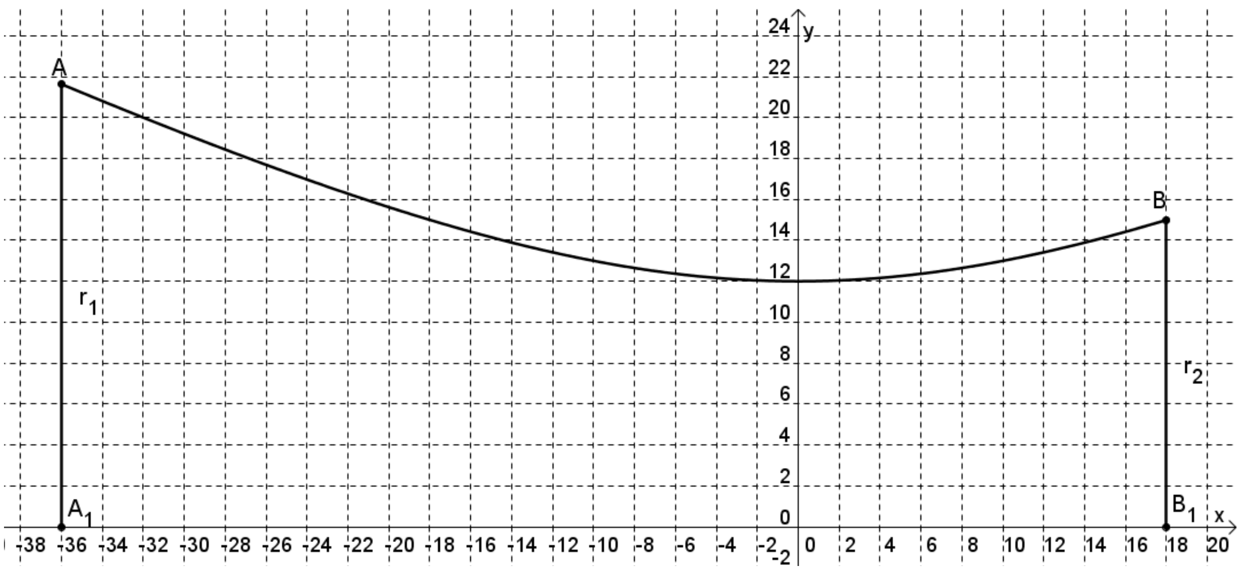
N.B. Quand $a=b$, on retrouve la formule pour calculer le volume d'une boule de rayon a.

<u>Problème V200 (15 P)</u>

<u>1) Remarques préliminaires :</u>

- Tous les calculs de ce problème sont à faire à l'aide de la calculatrice TI-V200
- Les résultats seront approchés à 10^{-2} près.
- La modélisation du problème, la présentation d'une réponse stucturée et argumentée, la clarté des raisonnements, la maîtrise du vocabulaire et des notations mathématiques ainsi que la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie.

Voici la coupe longitudinale (« Längsschnitt ») de la moitié de l'intérieur de la tour de refroidissement d'une centrale nucléaire. L'unité de la représentation est le mètre.



Le volume de l'intérieur de la tour de refroidissement est obtenu par la rotation autour de l'axe des *x* de la partie du plan délimitée par le graphe de la fonction f définie par $f(x) = 12 \cdot \sqrt{1+\frac{x^2}{576}}$, les droites d'équations $x=-36$, $x=18$ et l'axe des *x*.

1) Calculer le volume intérieur de cette tour et son périmètre intérieur de la base (rayon $r_1 = A_1A$).
2) La stabilité de la tour exige que l'on fixe à l'intérieur un grand anneau en acier s'appuyant contre la paroi. Il doit être monté à une certaine hauteur de manière à ce qu'il partage la tour en deux parties de même volume. Calculer cette hauteur.
3) Pour dessiner le bord extérieur de la paroi en béton, un ingénieur propose la fonction *g* définie par $g(x) = 14 \cdot \sqrt{1+\frac{21x^2}{20480}}$. Trouver un argument qui démontre que cette fonction ne pourra guère être retenue.
4) On décide de considérer comme fonction décrivant le bord extérieur de la paroi la fonction *h* définie par $h(x) = 14 \cdot \sqrt{1+\frac{3(x-5)^2}{2048}}$.
   a) Démontrer que l'épaisseur de la paroi diminue en allant de bas vers le haut de la tour.
   b) Donner le volume de béton nécessaire pour construire la paroi de la tour.
5) Supposons qu'on veuille surveiller la base inférieure de la tour par une caméra fixée au centre de l'orifice (« Öffnung ») supérieur (rayon $r_2 = B_1B$). Dans ce cas, il y a une zone de la base inférieure qui n'est pas surveillée par cette caméra. Exprimer l'aire de cette zone (en pourcentage) par rapport à l'aire totale de la base inférieure.

Solution

1) Volume intérieur de la tour : $V_{\text{intérieur}} = \pi\int_{-36}^{18}\left(f(x)\right)^2 dx = 12150\pi \approx \boxed{38170,35\,m^3}$

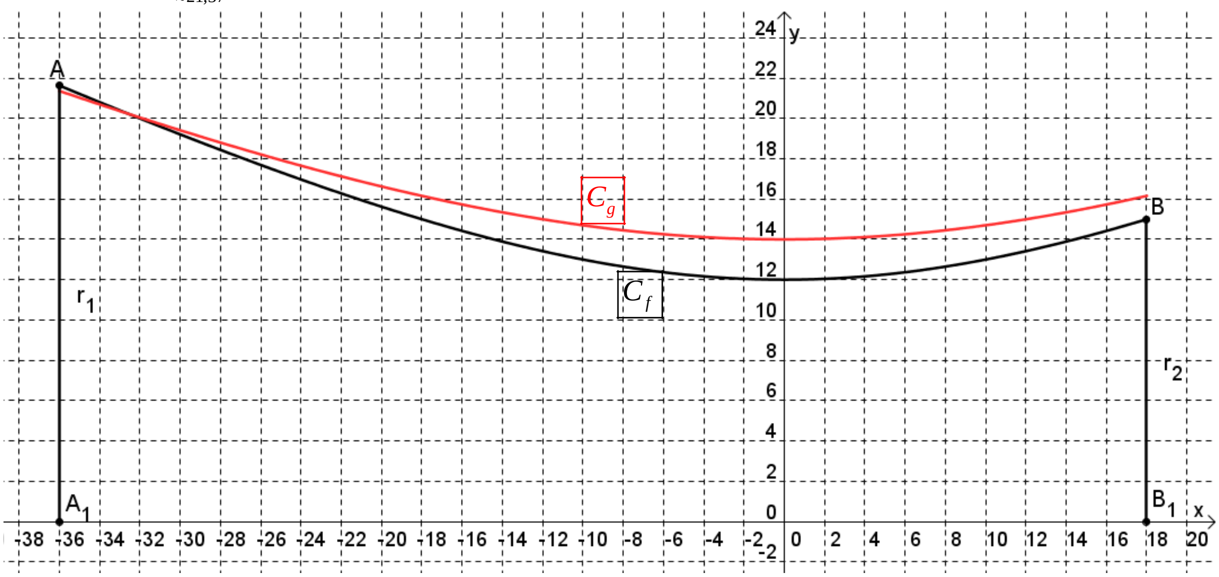
Périmètre intérieur à la base de la tour : $2\cdot\pi\cdot r_1 = 2\cdot\pi\cdot f(-36) = 12\sqrt{13}\pi \approx \boxed{135,93\,m}$

2) Hauteur h (à partir du sol) à laquelle il faut fixer l'anneau, alors :

$$\pi\cdot\int_{-36}^{-36+h}\left(f(x)\right)^2 dx = \tfrac{1}{2}V_{\text{intérieur}} \Leftrightarrow \boxed{h \approx 18,36\,m}$$

3) Si C_g représentait la paroi extérieure, alors on devrait avoir $\left(\forall x \in [-36;18]\right) : g(x) > f(x)$.

Or $g(-36) = \underbrace{\boxed{\tfrac{7\sqrt{14905}}{40}}}_{\approx 21,37} < \underbrace{\boxed{6\sqrt{13}}}_{\approx 21,63} = f(-36)$, donc C_g ne peut être retenue.



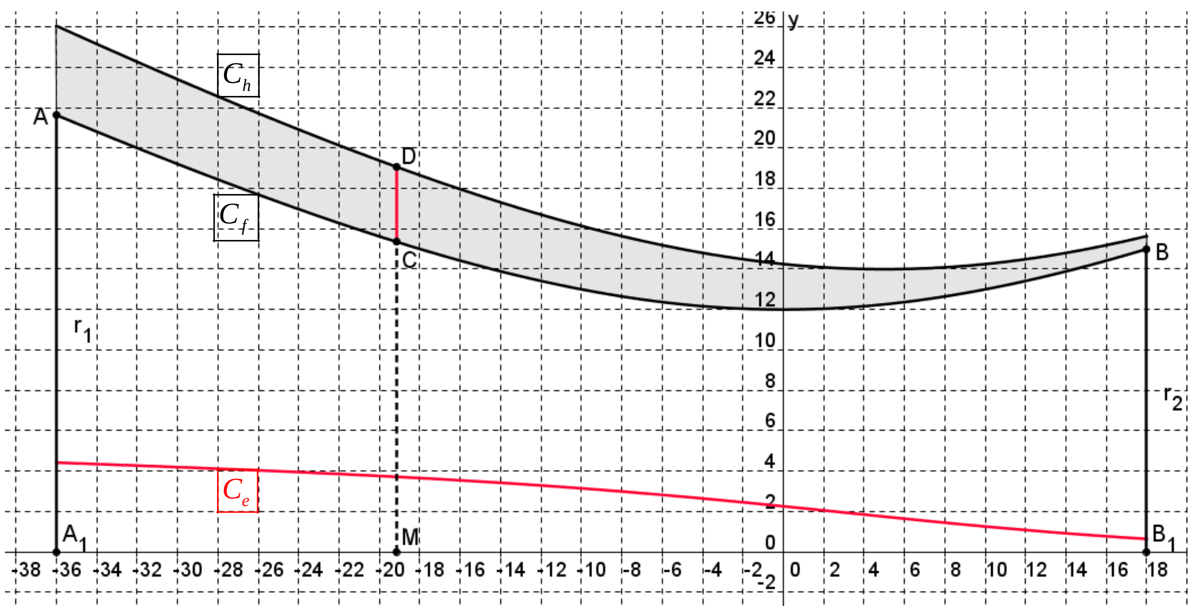
4) a) L'épaisseur CD du mur en fonction de l'abscisse x du point M est donnée par la fonction e définie sur $[-36;18]$ par $e(x)=h(x)-f(x)$. Pour montrer que l'épaisseur du mur diminue du bas vers le haut de la tour, il suffit de montrer que e est décroissante.

$(\forall x\in[-36;18])$:

$$e'(x)=\frac{(21x-105)\sqrt{2(x^2+576)}-16x\sqrt{3x^2-30x+2123}}{2\sqrt{(x^2+576)(3x^2-30x+2123)}}$$

$$e'(x)=0\Leftrightarrow(21x-105)\sqrt{2(x^2+576)}=16x\sqrt{3x^2-30x+2123}\Leftrightarrow x=x_0\approx 39,60$$

Comme e' est continue sur $[-36;18]$ et $x\mapsto\tilde{e}(x)=\frac{(21x-105)\sqrt{2(x^2+576)}-16x\sqrt{3x^2-30x+2123}}{2\sqrt{(x^2+576)(3x^2-30x+2123)}}$ definie sur $\mathbb{R}$ s'annule en x_0, e' garde un signe constant sur $[-36;18]$ car $x_0>18$. Or $e'(0)=\tilde{e}(0)=\frac{-105\sqrt{4246}}{67936}<0$ et par suite e est décroissante.



b) Volume du béton : $V_{béton}=\pi\int_{-36}^{18}(h(x))^2\,dx-V_{\text{intérieur}}=\frac{1341495}{256}\pi\approx\boxed{16462,62\,m^3}$

5) La tangente à C_f passant par B_1 coupe $\left[A_1A\right]$ en E. La partie de la base non surveillée par la caméra vidéo placée en B_1 est la couronne délimitée par les cercles de centre A_1 et de rayons A_1E et A_1A respectivement.

Équation de la tangente à C_f au point d'abscisse a de C_f

$$t_a : y = f'(a)(x-a)+f(a) \Leftrightarrow y = \frac{a}{2\sqrt{a^2+576}}x + \frac{576}{2\sqrt{a^2+576}}$$

$$B_1(18\,|\,0) \in t_a \Leftrightarrow 0 = \frac{a}{2\sqrt{a^2+576}}\cdot 18 + \frac{576}{2\sqrt{a^2+576}} \Leftrightarrow \boxed{a=-32}$$

$$\boxed{t_{-32} : y = -\tfrac{2}{5}x + \tfrac{36}{5}}$$

$$A_1E = y_E = -\tfrac{2}{5}x_E + \tfrac{36}{5} = -\tfrac{2}{5}\cdot(-36) + \tfrac{36}{5} = \tfrac{108}{5}$$

$$t_{-32} \cap \left[A_1A\right] = \left\{E\left(-36\,|\,\tfrac{108}{5}\right)\right\}$$

Pourcentage de l'aire de la surface non surveillée

$$\frac{\pi A_1A^2 - \pi AE^2}{\pi A_1A^2} = \frac{A_1A^2 - AE^2}{A_1A^2} = \frac{\left(f(-36)\right)^2 - \left(\frac{108}{5}\right)^2}{\left(f(-36)\right)^2} = \frac{1}{325} = 0,00307... \approx \boxed{0,31\%}$$