Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011 **Section:** B **Branche:** mathématiques 2	**Numéro d'ordre du candidat** ____________________

1) a. Résoudre $3^x + 4^{x+\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}x+1} + 2^{2x-1}$

   b. Résoudre $\ln(1 + \ln(1 + x)) \leq 0$

   c. Résoudre $x^{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x}^{x}$

   d. Calculer $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x)}{\tan x}\,dx$

   e. Calculer $\displaystyle\int_a^b \cos(\ln x)\,dx$ avec a=1 et b=$e^{\frac{\pi}{2}}$

5x3 = 15 points

2) On donne la fonction f définie par $f(x) = (x+3)e^{\frac{-x}{2}}$

   a. Etudier f: domaine, limites aux bords du domaine, asymptotes, variations, point d'inflexion, concavité, tangente au point d'inflexion, représentation graphique.

   b. Calculer l'aire A(t) délimitée par la courbe représentative de f, les droites x = -3 et x = t avec t>-3 ainsi que l'axe des x. Calculer lim A(t) lorsque t $\rightarrow +\infty$.

   c. Calculer le volume V(t) engendré par rotation autour de l'axe des abscisses de l'aire A(t). Calculer lim V(t) lorsque t $\rightarrow +\infty$.

7 + 4 + 4 = 15 points

3) On donne la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}\ln[(e^{2x} - 6e^x + 5)^2]$

   a. Etudier f: domaine, limites aux bords du domaine, asymptotes, variations, points d'intersection avec l'axe des abscisses, représentation graphique.

   b. Résoudre graphiquement l'équation f(x) = m , m étant un paramètre réel .

12 + 3 = 15 points

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: B

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

______________ ________________

Problème

Remarque préliminaire

Soit $v(t)$ la vitesse instantanée d'un mobile à l'instant t.
On suppose que $v(t) \geq 0$, pour $t \geq 0$.
La distance d parcourue par le mobile entre les instants t_1 et t_2 $(t_1 < t_2)$ est donnée par :

$$\boxed{d = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt}$$

Un bateau à voile dépasse à une vitesse constante $v_0 = 160$ m/min un bateau à moteur au repos. Au moment du croisement, le bateau à moteur se met en mouvement et poursuit le bateau à voile.
La vitesse instantanée v(t) du bateau à moteur est toujours positive pour t > 0 et est définie par :

$$v(t) = 960 \cdot e^{-t} - 960 \cdot e^{-2t} (t \geq 0)$$

(temps t en minutes, vitesse $v(t)$ en m/min)

Partie A

1) Déterminer la vitesse la plus élevée du bateau à moteur dans l'intervalle de temps $I = [0;5]$.
2) A quel instant la vitesse du bateau à moteur décroît-elle le plus rapidement dans I ?
3) Pendant combien de temps le bateau à moteur se déplace-t-il plus rapidement que le bateau à voile dans I ?

Partie B

1) Quelle distance $s_m(t)$ le bateau à moteur a-t-il parcourue à l'instant t ?
   D'après ce modèle la distance parcourue par le bateau dépasse-t-elle 500m ?
2) Quelle est la distance $s_v(t)$ parcourue par le bateau à voile à l'instant t ?
3) A quel moment le bateau à moteur dépasse-t-il le bateau à voile ?

Partie C

Après $t_0 = 2{,}55$ min, le bateau à voile dépasse à nouveau le bateau à moteur.
A partir de ce moment les deux bateaux diminuent leur vitesse.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: B

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

1) A partir de l'instant $t = t_0$, la nouvelle vitesse $v_a(t)$ du bateau à moteur est décrite par la tangente au graphe cartésien de la vitesse initiale $v(t)$ au point d'abscisse $t = t_0$.

   a) Déterminer l'expression de la vitesse $v_a(t)$ du bateau à moteur pour $t \geq 2,55$.
   b) A quel moment le bateau à moteur s'arrête-t-il ?
   c) Quelle est la distance parcourue par le bateau à moteur entre t_0 et l'instant d'arrêt ?

2) A partir de l'instant $t = t_0$ la nouvelle vitesse du bateau à voile peut aussi être décrite par une fonction affine définie par $v_b(t) = m \cdot t + p$.

   a) Déterminer m et p en fonction de t_1, instant où le bateau à voile s'arrête et tenir compte de sa vitesse à l'instant $t = t_0$.
   b) Calculer t_1, sachant que le bateau à voile s'arrête au même endroit que le bateau à moteur.

(5+4+6 = 15 points)