Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009 Section : B Branche : Mathématiques II	Numéro d'ordre du candidat __________ __________

Question I **6+10+4 = 20 points**

Soit f la fonction définie par $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-4x}\cdot e^{x} & si\ \ x\leq 0\\ -2x+1-\dfrac{x}{\ln x} & si\ \ x>0\end{cases}$.

1) Déterminez dom f.

Etudiez la continuité de f en 0.

Etudiez l'existence d'asymptotes au graphe de f.

2) Calculez $f'(x)$. Etudiez la dérivabilité de f en 0. Etudiez le sens de variation de f, dressez le tableau de variation et précisez les extrema éventuels. Tracez le graphe de f dans un repère orthonormé du plan d'unité 1 cm.

3) Soit a un réel strictement négatif. Calculez le volume $V(a)$ du solide de révolution engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la surface délimitée par le graphe de f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=a\ \ (a<0)$ et $x=0$.

Calculez ensuite $\lim\limits_{a\to-\infty} V(a)$.

Question II **3+3+3+4 = 13 points**

Soit f la fonction définie par $f(x)=x\cdot\left(1+\ln^2 x\right)$ et G_f son graphe cartésien dans un repère du plan.

1) Déterminez dom f, dom_c f et dom_d f.

Etudiez l'existence d'asymptotes au graphe de f.

2) Etudiez le sens de variation de f et la concavité du graphe de f, déterminez les points d'inflexion éventuels et dressez le tableau de variation de f. Tracez G_f.

3) Combien y a-t-il de tangentes à G_f comprenant l'origine ? Donnez une équation cartésienne de ces tangentes.

4) Déterminez une primitive de f . Calculez l'aire de la partie du plan délimitée par G_f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=1$ et $x=e$.

<u>Question III</u> **4+3+2+3 = 12 points**

1) Soit a un réel strictement positif. Déterminez suivant les valeurs du paramètre a , le nombre de solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$:

$$4^{x+1}-2^{x+2}+\ln a=0$$

2) Résolvez dans $\mathbb{R}$:

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(9-x^2\right)-\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x}\geq\log_8 x$$

3) Calculez : $\int\left(\cos^4 x\right)\cdot\left(\sin^3 x\right)dx$

4) Calculez : $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{2-\cos x}\,dx$ (Indication : poser $t=\tan\frac{x}{2}$)

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009 **Section:** **B** **Branche:** **Mathématique II**	**Numéro d'ordre du candidat** ____________ ____________

Question V200 (15 points)

La firme de cosmétique « Hotlips » spécialisée dans la fabrication de rouge à lèvres veut créer un nouveau logo sous forme d'une bouche.

Le bord de la lèvre supérieure correspond au graphique d'une fonction polynôme f du quatrième degré symétrique par rapport à l'axe des y qui s'annule en x=4 et qui admet un maximum en x= -2.En plus le graphe de f coupe l'axe des y en y = 2.

Pour le bord de la lèvre inférieure on utilise le graphe de la fonction g définie par $g(x)=\frac{1}{8}x^2-2$.

1) Déterminer la fonction f qui décrit le bord de la lèvre supérieure.
2) Déterminer les points d'intersection de f et de g.
3) Déterminer les extrema et les points d'inflexion de la fonction f : tableau de variations.
4) Esquisser le logo dans un repère orthonormé.
5) Calculer l'aire de la « bouche ».
6) On veut insérer le nom de la firme dans la « bouche » de sorte qu'il apparaît dans un rectangle compris entre l'axe des x et le bord de la lèvre inférieure. Déterminer les dimensions d'un tel rectangle afin que son aire soit maximale et donner dans ce cas la valeur de l'aire.