

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007

Section: B

Branche: MATHEMATIQUE II

Numéro d'ordre du candidat

I. (10+4+3=17)

Soit la fonction $f(x) = e^{\text{Arccos } \frac{x}{2}}$.

- (1) Étudier f : Domaine, domaine de dérivabilité, dérivée, variation, demi-tangentes, dérivée seconde, concavité, représentation graphique \mathbb{G}_f .
- (2) Trouver l'équation de la tangente à \mathbb{G}_f et passant par l'origine O du repère.
- (3) Soit \mathcal{D} le domaine limité par \mathbb{G}_f et les droites d'équations $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$. Calculer le volume du solide de révolution obtenu en faisant tourner \mathcal{D} autour de l'axe des abscisses.

II. (10+4=14)

Soit la fonction $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$.

- (1) Étudier f : Domaine, domaine de dérivabilité, limites, dérivée, variation, dérivée seconde, concavité, représentation graphique \mathbb{G}_f .
- (2) Calculer l'aire du domaine délimité par \mathbb{G}_f , l'axe des abscisses, et les droites d'équations $y = 0$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$.

III. (6+6+2=14)

- Calculer les intégrales suivantes sur un intervalle à déterminer:

(1) $\int \frac{1-\cos x}{1+\cos x} dx$

(2) $\int e^{-2x} \text{Arctan } e^x dx$

- Résoudre:

(1) $1 + \ln \sqrt{x} = \frac{1}{1-\ln x}$

(2) $e^{6x} > 3e^{3x} - 4e^{-3x}$

- Calculer la limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(e^x+1)}{x \ln(e^x-1)}$

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007

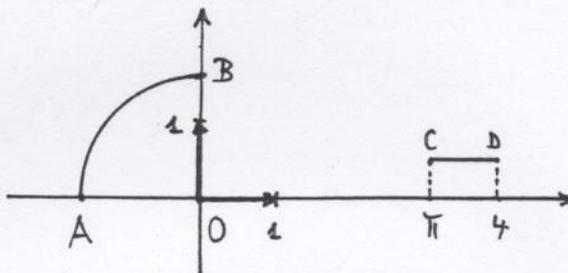
Section: B

Branche: Math II

Numéro d'ordre du candidat

Volume d'une ampoule

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 2 cm) on donne les points $A(-r, 0)$, $B(0, r)$, $C\left(\pi, \frac{r}{3}\right)$ et $D\left(4, \frac{r}{3}\right)$ où $r > 0$.



- A) On veut raccorder l'arc \widehat{AB} au segment $[CD]$ par une courbe admettant en B la même tangente que le cercle, et tangente en C à la droite CD .
- Déterminer les réels a , b , c et d sachant que la fonction $f: x \rightarrow ax + b + c \sin x + d \cos x$, avec $0 \leq x \leq \pi$, répond aux conditions posées.
 - Calculer la coordonnée du point d'inflexion I et compléter la figure ci-dessus.
- B) Soit D le domaine limité par la courbe (ABC) , l'axe x et la droite d'équation $x = \pi$.
- Calculer le volume $V(r)$ du solide de révolution engendré par la rotation de D autour de l'axe x .
 - Préciser le réel r tel que $V(r) = \frac{9\pi(2+\pi)}{8}$.
- C) On pose $r = 3/2$ dans la suite.
- Déterminer une fonction polynôme P de degré minimal réalisant ce raccordement en B et C sans heurts.
 - Calculer le nouveau volume V du solide de révolution engendré par la rotation de D autour de l'axe x .
 - Comparer les deux volumes en question.

$(2+2)+(3+2)+(3+2+1) = 15$ points