Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2006 **Section : B** **Branche : Mathématiques II**	**Nom et prénom du candidat** ____________________ ____________________

Question I **4+3+3+3+3+3= 19 points**

Soit f la fonction définie par $f(x)=\begin{cases} x-e^{\frac{1}{x}} & si \quad x<0 \\ 0 & si \quad x=0 \\ x^2\cdot(1-2\ln x) & si \quad x>0 \end{cases}$

et G sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1) Etudiez la continuité de f en 0 et la dérivabilité de f en 0.

Précisez ensuite les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f.

2) Etudiez l'existence d'asymptotes à G.

3) Etudiez le sens de variation de f et dressez le tableau de variation.

4) Etudiez la concavité de G et déterminez les points d'inflexion éventuels.

5) Représentez f dans un repère orthonormé du plan (unité = 1 cm).

6) Calculez ensuite l'aire de la surface délimitée par la courbe représentative de f, l'axe des x et les droites d'équation $x=\sqrt{e}$ et $x=e$.

Question II **2+2+3+3+3+3= 16 points**

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{2-e^{2x}}}$.

1) Déterminez les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f.

Déterminez les asymptotes éventuelles au graphe de f.

2) Etudiez le sens de variation de f. Etablissez une équation cartésienne de la tangente au graphe de f au point d'abscisse $x=0$.

3) Déterminez la primitive F de f qui s'annule en $x=0$.

4) Soit k un réel strictement négatif. Déterminez le volume $V(k)$ du solide engendré par la rotation autour de l'axe des x de la surface délimitée par la courbe représentative de f, l'axe des x et les droites d'équation $x=k$ et $x=0$. Calculez ensuite $\lim\limits_{k\to-\infty} V(k)$.

5) Résolvez dans $\mathbb{R}$: $\log_x \sqrt{1-x} + \log_{x^2}(x+5) \geq 0$

6) Déterminez suivant les valeurs du réel a le nombre de solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$:

$$4^x - 2^{x+1} = a$$

<u>Question III</u> **3+4+3= 10 points**

Calculez :

1) $\int_{-1}^{0} (2x+1)^2 \sqrt{x+1}\, dx$,

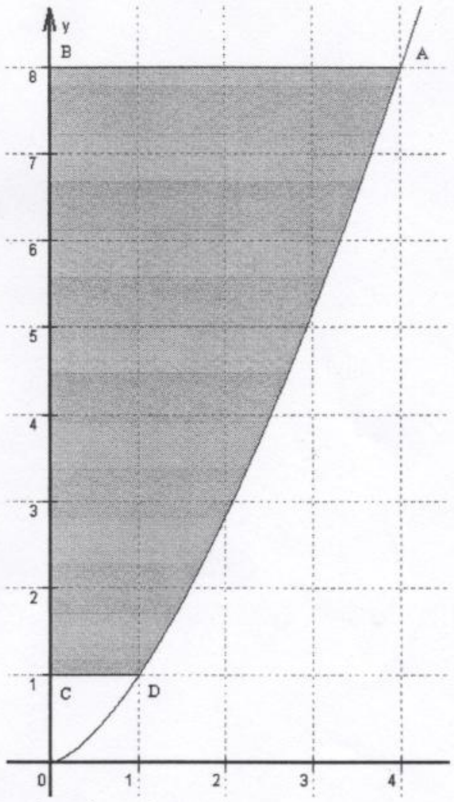
2) $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{(2+\sin x)\cos x}\, dx$, (poser : $t = \tan\frac{x}{2}$)

3) $\int e^{2x} \cdot \arctan\left(e^x\right) dx$.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2006	Nom et prénom du candidat
Section : B	______________________
Branche : Mathématiques II	______________________

Problème **4+3+4+4= 15 points**



Remarques préliminaires
Illustrez vos calculs par des croquis soignés.
Justifiez chaque étape de votre raisonnement.
On demande des valeurs approchées à 0,01 *près pour les questions* 1) *à* 3).
Si f *est une fonction dérivable sur un intervalle* $[a\,;b]$, *alors la longueur de la partie du graphe de* f *allant de* A(a ;f(a)) *à* B(b ;f(b)) *est donnée par la formule*

$$\boxed{l = \int_a^b \sqrt{1+\left[f'(x)\right]^2}\,dx}$$

Un terrain à bâtir, représenté ci-contre en gris dans un repère orthonormé du plan, est délimité par les segments [AB], [BC] , [CD] et par l'arc de courbe $\widehat{DA}$ du graphe de f.
La fonction f est définie par $f(x) = x\sqrt{x}$.
A(4 ; 8) , B(0 ; 8) , C(0 ; 1) , D(1 ; 1).

1) Déterminez par un calcul une équation de la droite parallèle à l'axe des abscisses qui partage le terrain en deux parties de même aire.

2) Déterminez par un calcul l'abscisse a du point M situé sur l'arc de courbe $\widehat{DA}$ et qui partage l'arc de courbe en deux parties de même longueur.

3) Soit N le point du graphe de f d'abscisse 2,69. Déterminez par un calcul la pente p et l'ordonnée à l'origine k de la droite d'équation $y = p\cdot x + k$ passant par N et qui partage le terrain en deux parties de même aire. Remarque : $k < 8$.

4) Le graphe de f représente une route. On veut remplacer l'arc de courbe $\widehat{DA}$ par une nouvelle route passant par le point E(3 ; 4) et qui débouche tangentiellement en D et en A dans l'ancienne route. Déterminez l'expression g(x) d'une fonction polynôme de degré minimal dont le graphe sur [1 ; 4] représente la nouvelle route.