



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques I	C	Durée de l'épreuve : 1 heure 45 minutes Date de l'épreuve : 04 juin 2019

**Question I** (12 points)

On donne dans  $\mathbb{C}$  le polynôme  $P(z) = iz^3 - (i - 3)z^2 + (-6 + 11i)z - 3(9i - 7)$ .

Résoudre l'équation  $P(z) = 0$  sachant que le polynôme  $P$  admet une racine imaginaire pure.

**Question II** (5 + 2 + 3 = 10 points)

Soient les nombres complexes

$$z_1 = 4(1 - \sqrt{3}i) - \frac{12(\sqrt{3} - i)}{\sqrt{3} + i}, z_2 = -2\sqrt{2} \cdot \text{cis}\frac{3\pi}{4} \text{ et } z_3 = -32i$$

- 1) Écrire  $z_1$  sous forme algébrique, puis trouver la forme trigonométrique de  $z_1$  et  $z_2$ .
- 2) Écrire  $Z = \frac{z_1^3}{z_2^2}$  sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique.
- 3) Déterminer les racines cinquièmes complexes de  $z_3$  sous forme trigonométrique.

**Question III** (3 + 4 + 2 = 9 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne :

$$A(2; -1; -3), B(-3; 2; -4), C(1; -5; -3) \text{ et } \vec{u} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- 1) Déterminer un système d'équations paramétriques et cartésiennes de la droite  $d$  passant par  $A$  et de vecteur directeur  $\vec{u}$ .
- 2) Déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi_1$  passant par le point  $B$  et contenant la droite  $d$ .
- 3) Déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi_2$  perpendiculaire à  $d$  et passant par le point  $C$ .

**Question IV** (12 points)

Discuter, résoudre et interpréter graphiquement le système :

$$\begin{cases} mx + 2y + mz = -4 \\ x - 3y - 2z = 2 \\ 2x + y + 2z = -2 \end{cases}$$

où  $m$  est un paramètre réel.

**Question V** ( $4 + (1 + 2 + 2) + (3 + 2 + 3) = 17$  points)

- 1) Déterminer le terme en  $x^{13}$  de  $\left(\frac{2}{x^3} - \frac{x^5}{6}\right)^9$ .
  - 2) Une classe de 25 élèves, 14 filles et 11 garçons, doit élire un comité composé de trois personnes : un président, un vice-président et un secrétaire.
    - a) Combien de comités peut-on constituer?
    - b) Combien de comités peut-on constituer sachant que le poste du secrétaire doit être occupé par une fille ?
    - c) Quel est le nombre de comités pour lesquels le président et le secrétaire sont de sexes différents?
  - 3) Un réfrigérateur contient 6 vaccins contre la maladie X, 8 vaccins contre la maladie Y et 12 vaccins contre la maladie Z. On tire au hasard et simultanément trois vaccins.
    - a) Quelle est la probabilité de tirer trois vaccins contre la même maladie ?
    - b) Quelle est la probabilité de tirer un vaccin contre chaque maladie ?
    - c) Quelle est la probabilité de tirer au moins un vaccin contre la maladie Y ?
-