



BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
<b>Mathématiques 1</b>	<b>C</b>	Durée de l'épreuve : 1h45' Date de l'épreuve : 17.09.2018

### Question 1 (12pts)

Dans  $\mathbb{C}$  on donne  $P(z) = z^3 + (5 + 6i)z^2 + (1 + 23i)z + 10 + 30i$

Résolvez dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$  sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

### Question 2 (4+2+2=8pts)

Dans  $\mathbb{C}$  on donne :  $z_1 = \frac{\sqrt{3}+2+(2\sqrt{3}+3)i}{\sqrt{3}i+1} - \frac{5}{2+i}$  et  $z_2 = \frac{2}{1+i}$

- 1) Écrivez  $z_1$  et  $z_2$  sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.
- 2) Écrivez  $Z = \frac{z_1}{z_2}$  sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.
- 3) Déduisez-en les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ .

### Question 3 (3+9=12pts)

$$\text{On donne le système : } \begin{cases} x + m \cdot y + m \cdot z & = 2 + m & (1) \\ -m \cdot x + 2y + 3z & = 1 - m & (2) \\ m \cdot x + m \cdot y + m \cdot z & = m & (3) \end{cases}$$

- 1) Pour quelles valeurs du paramètre réel  $m$ , le système admet-il une solution unique ?
- 2) Résolvez et interprétez géométriquement le système si  $m=-1$  ;  $m=0$  et  $m=1$ .

### Question 4 (3+(1+6)=10pts)

1) On donne :  $\Pi: x - y + 2z - 3 = 0$  et  $B(1; -1; 1)$

Donnez un système d'équations paramétriques de la droite  $d$  passant par  $B$  et perpendiculaire au plan  $\Pi$ .

2) Dans un repère orthonormé de l'espace on donne :

$$d: \begin{cases} x = -6 + 3 \cdot k \\ y = -2 + 2 \cdot k \\ z = 6 - 4 \cdot k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$$

- a) Le point  $A(1; -1; 2)$  appartient-il à la droite  $d$  ?
- b) Donnez une équation cartésienne du plan  $P$  contenant la droite  $d$  et le point  $A$ .

**Question 5 (4+(2+3+4+5)=18pts)**

1) Donnez le terme en  $x^7$  dans le développement de  $\left(2x^2 - \frac{1}{4x}\right)^8$ .

2) Une urne contient 12 boules identiques et indiscernables au toucher. 6 boules portent le numéro  $\boxed{0}$ , 4 boules portent le numéro  $\boxed{1}$  et 2 boules portent le numéro  $\boxed{2}$ .

On tire au hasard et simultanément 5 boules de l'urne et on note  $S_n$  l'événement : « la somme des numéros des boules tirées vaut  $n$ . »

- a) Calculez la valeur exacte de la probabilité de  $S_0$ .
- b) Calculez la valeur exacte de la probabilité de  $S_7$ .
- c) Calculez la valeur exacte de la probabilité de  $S_5$ .
- d) Calculez les valeurs exactes des probabilités de  $S_1 \cup S_3 \cup S_5 \cup S_7$ .