LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES 2017

BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 1	B	*Durée de l'épreuve* 3 heures
		Date de l'épreuve 13. 06. 2017
		Numéro du candidat

Question 1 [(7+3+1)+(2+2)=15 points]

A. On considère le polynôme $P(z)=(z-7i)\cdot\left[z^3-iz^2+(15-24i)z+72+9i\right]$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$ sachant que P admet deux racines imaginaires pures.
2. Si A, B, C et D sont les points du plan de Gauss qui ont pour affixe les racines de P, prises dans l'ordre croissant de leur partie imaginaire, déterminer la nature du quadrilatère ABDC.
3. En utilisant les nombres complexes, déterminer l'amplitude de l'angle $\widehat{ABC}$ à 10^{-2} degrés près.

B.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4+16=0$ et donner les solutions sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.
2. Déduire de ce qui précède une factorisation de z^4+16 en polynômes du 2e degré à coefficients réels.

Question 2 [(6+5)+(2+2+1)=16 points]

A. Une urne contient neuf boules numérotées de 1 à 9. Un joueur tire au hasard simultanément trois boules de l'urne. S'il obtient 3 numéros pairs, il gagne 4€. S'il obtient exactement 2 numéros pairs, il gagne 2€. S'il obtient exactement 1 numéro pair, il gagne 1€. Sinon il perd 2€.

1. Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur après une partie. Déterminer sa loi de probabilité, son espérance et son écart-type.
2. Le joueur joue n parties successives en remettant les boules dans l'urne après chaque partie. On note Y la variable aléatoire égale au nombre de fois qu'il gagne 4€.
   a) Déterminer la loi de probabilités de Y.
   b) Déterminer n pour que la probabilité de gagner au moins une fois 4€ soit supérieure à 60%.

B. Un glacier a un stand avec 10 parfums différents : 4 glaces et 6 sorbets.

1. Combien de bols différents de 3 boules, non nécessairement distinctes, peut-il former ?
2. Un client choisit au hasard 4 parfums différents. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi au moins 3 sorbets ?
3. Le glacier a préparé 11 bacs de glace : 2 pour la glace vanille et un pour chacun des autres parfums. De combien de manières peut-il ranger ces 11 bacs dans son stand qui comporte 15 emplacements ?

Question 3 [(3+5+2)+5=15 points]

1. Dans un repère orthonormé, on considère la conique $\Gamma \equiv 4x^2 - 5y^2 = 16$.
   a) Donner la nature de Γ et préciser ses éléments caractéristiques (centre, sommets, foyers, axe focal et asymptotes éventuelles).
   b) Déterminer les tangentes à Γ qui sont perpendiculaires à la droite $d \equiv 5x + 6y = 1$ et calculer les coordonnées des points de contact.
   c) Représentez graphiquement Γ et les tangentes trouvées dans un repère orthonormé.

2. Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(1;-3)$ et $B(1;1)$ et l'ensemble Γ des points *M*, tel que $MA + MB = 5$.

   Déterminer la nature, le centre, les foyers, les sommets, l'excentricité et l'équation réduite de Γ .

Question 4 [(1+3+1)+(6+3)=14 points]

A. Dans un repère orthonormé, on considère la courbe $C \equiv \begin{cases} x = \cos(2t) - 2 \\ y = 2\sin t \end{cases}$, où $t \in [-\pi, \pi]$
   1. Montrer que *C* possède un élément de symétrie et en déduire une réduction du domaine d'étude.
   2. Déterminer une équation cartésienne de *C* et préciser la nature de *C*.
   3. Représenter graphiquement *C*.

B. On considère deux droites parallèles *d* et *d'* qui ont une distance de 4 unités et une droite *e* perpendiculaire à *d* qui coupe *d* et *d'* en A respectivement en B.
   1. Déterminer le lieu L_k des points M, dont la somme des carrés des distances aux droites *d*, *d'* et *e* est égale au réel *k*. Préciser la nature de L_k et les éléments caractéristiques nécessaires à une représentation graphique soignée.
   2. Déterminer *k* pour que L_k passe par A et par B et représenter graphiquement L_k dans ce cas.