

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Septembre

Question I (15 points)

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante, sachant qu'elle admet une racine imaginaire pure :

$$z^3 + iz^2 + (8 + 2i)z + 6 + 12i = 0$$

Question II (3+5+4+3 = 15 points)

On donne les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{3i - \sqrt{3}}{2}, \quad z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i \quad \text{et} \quad Z = \frac{z_1}{z_2}$$

- 1) Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.
- 2) Ecrire Z sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- 3) En déduire la valeur de $\tan \frac{11\pi}{12}$.
- 4) Déterminer les racines cubiques de z_2 .

Question III (4+5+6 = 15 points)

- 1) Déterminer les valeurs du paramètre m pour lesquelles le système suivant admet une solution unique :

$$\begin{cases} mx + my - 3z = 0 \\ 2x - y + 2z = 5 \\ 7x + (m-3)y + 3z = 15 \end{cases}$$

- 2) Résoudre le système lorsque $m = 3$.
- 3) Résoudre le système lorsque $m = 1$. Interpréter géométriquement ce résultat.

Question IV (6+3+6 = 15 points)

Dans un r.o.n. de l'espace, on considère le point $A(-2;0;3)$ et la droite $d \equiv \begin{cases} x = 3k - 1 \\ y = -k \\ z = 5k + 2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$.

- 1) Trouver une équation cartésienne du plan π contenant d et passant par le point A .
- 2) Trouver une équation cartésienne du plan π' perpendiculaire à d et passant par le point A .

- 3) Déterminer l'intersection de la droite d et de la droite $d' \equiv \begin{cases} x = -3m + 2 \\ y = 2m - 5 \\ z = -4m + 3 \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$.

