

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Exercice 1

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = z^3 - 2i \cdot z^2 + (3+4i) \cdot z + 8 - 6i = 0$, sachant que P admet une racine imaginaire pure.

2) On considère les nombres complexes suivants:

$$z_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} + 6i)^2}{(\sqrt{3} + 3i)^3} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2} + (\sqrt{6} + \sqrt{2})i}{\sqrt{3} + i}$$

a) Ecrire z_1 et z_2 sous forme algébrique et puis sous forme trigonométrique

b) Ecrire $z_3 = \frac{z_2}{z_1}$ sous forme algébrique et trigonométrique.

c) Déduire des calculs précédents les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$.

(12+18 = 30 points)

Exercice 2

1) Soient les trois points $A(-1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$ et $C(0; -2; -1)$ donnés dans un repère orthonormé de l'espace.

a) Déterminez des équations paramétriques et cartésienne du plan π contenant les 3 points A, B et C.

b) Est-ce que le point $D(-5; 3; 1)$ appartient au plan π ?

c) Déterminez les coordonnées du point de percée de la droite $d \equiv \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ -x - 2y + 2z = 0 \end{cases}$ avec le plan π .

2) Résolvez suivant les valeurs du paramètre a le système suivant:
$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + a \cdot y + 2z = 1 \\ x + 3y + a \cdot z = -2 \end{cases}$$

et donnez une interprétation géométrique des résultats trouvés.

(13+17 = 30 points)