

Épreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2008

Section : C

Branche : Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

---

I. 1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^3 - (3 + 2i)z^2 + (3 + 5i)z - 6i - 2 = 0$  (E) sachant qu'elle admet une racine purement imaginaire.

2) Soit les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \sqrt{2} \cdot \text{cis} \frac{\pi}{6} \qquad z_2 = \frac{-1 - 5i}{2 - 3i}$$

Écrire  $z_2$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique, puis calculer  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$  et écrire le résultat sous forme algébrique.

14+6=20 points

II. 1) Déterminer les valeurs du paramètre réel  $a$  pour lesquelles le système suivant admet une seule solution.

$$\begin{cases} x + y + az & = 0 \\ x + ay + z & = 2a \\ (a + 1)x + ay + z & = a \end{cases}$$

2) Résolvez le système ci-dessus lorsque  $a = 2$ .

3) Soit le plan  $\Pi_1$  d'équation cartésienne  $2x - 3y + z = 5$  et  $B(2; 1; -3)$  un point de l'espace.

a) Le point  $B$  appartient-il au plan  $\Pi_1$  ? (Justifier)

b) Déterminer un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite  $d$  passant par  $B$  et qui est orthogonale au plan  $\Pi_1$ .

c) Déterminer une équation cartésienne du plan  $\Pi_2$  passant par  $B$  et qui est parallèle au plan  $\Pi_1$ .

4+6+10=20 points

III. 1) Lors d'un convénat 12 amis d'enfance se rencontrent. Il y a 8 hommes et 4 femmes.

a) Calculer le nombre de " shake hands " sachant que chaque personne donne la main à toutes les autres personnes.

b) Calculer le nombre de baisers sachant que chaque homme donne 3 baisers à chaque femme.

2) Une urne contient 5 boules noires et 9 boules blanches.

a) On tire 4 boules sans remise de l'urne. Calculer la probabilité de tirer

A. exactement 2 boules noires.

B. au moins une boule blanche.

b) On tire 4 boules avec remise de l'urne. Calculer la probabilité de tirer exactement deux boules noires.

3) Calculer le terme  $x^6$  du développement de  $\left(2x^2 - \frac{1}{3x}\right)^9$ .

6+8+6=20 points