LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES

Session 2016

ÉPREUVE ÉCRITE	**Branche : Mathématiques I**
Section: B	**N° d'ordre du candidat :**
Date de l'épreuve : 15 septembre 2016	**Durée de l'épreuve :** 3h

Question I **15 points [(7+3)+(3+2)]**

1) On donne le polynôme à variable complexe $P(z)=2z^3+(-12-12i)z^2+42iz+30-10i$.
   a) Résoudre $P(z)=0$ sachant que le polynôme P admet une racine imaginaire pure.
   b) Soient A, B et C les points du plan complexe ayant comme affixes les racines de l'équation $P(z)=0$. En utilisant les complexes étudier la nature du triangle ABC.
2) Dans le plan de Gauss on donne les points D d'affixe $z_D=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, E d'affixe $z_E=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$, F d'affixe $z_F=\frac{3}{2}i$ et G d'affixe $z_G=\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{3}{4}i$.
   a) Calculer $\frac{z_D}{z_F}$ et $\frac{z_E}{z_G}$ et donner les résultats sous forme trigonométrique.
   b) En déduire que le segment $[DE]$ est l'image du segment $[FG]$ par la composée $r\circ h$ d'une rotation r et d'une homothétie h desquelles on précisera les caractéristiques.

Question II **15 points [3+(3+3)+(3+3)]**

1) On tire simultanément cinq cartes dans un jeu de 52 cartes. Combien y-a-t-il de mains différentes comportant exactement deux rois et deux cœurs.
2) Un joueur de basket marque un panier à trois points avec une probabilité de 0,42. Il tire neuf fois dans les mêmes conditions.
   a) Calculer la probabilité pour qu'il marque au moins deux fois.
   b) Combien de fois doit-il tirer pour que la probabilité de marquer au moins une fois dépasse 95% ?
3) Une urne contient n boules rouges et 5 boules bleues $(n\geq 2)$. Un joueur tire simultanément deux boules de l'urne. Il gagne 10€ si les deux boules tirées sont rouges. Il gagne 2€ si les deux boules tirées sont bleues. Il perd 3€ si les deux boules sont de couleurs différentes. On note X la variable aléatoire donnant le gain (algébrique) du joueur sur un tirage.
   a) Donner la loi de probabilité de X.
   b) Calculer l'espérance mathématique de gain. Pour quelle(s) valeur(s) de n le jeu est-il équitable ?

Question III **16 points [(5+5)+6]**

1) Dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, on donne la conique Γ d'équation $x^2-\frac{1}{2}y^2+4x+y+\frac{3}{2}=0$.

   a. Identifier Γ et donner ses éléments caractéristiques (centre, axe focal, sommets, foyers, directrices, asymptotes éventuelles, excentricité) dans $(O;\vec{i},\vec{j})$.

   b. Déterminer des équations réduites des tangentes à Γ perpendiculaires à la droite d d'équation $y=-\frac{1}{2}x+15$.

2) Identifier la courbe Γ d'équation $2x-6=-\sqrt{15-5y^2-10y}$ et tracer Γ dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.

Question IV **14 points (3+11)**

1) Dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère la courbe Γ suivante :

$$\Gamma:\begin{cases} x=-2+4\cos\theta \\ y=3+3\sin\theta \end{cases} \quad \theta\in\left[0;2\pi\right[.$$

Identifier Γ.

2) Soit E l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$. Soit M_0 un point quelconque de E, non situé sur l'axe des ordonnées, T la tangente à E en M_0 , Δ la perpendiculaire à T en M_0. Si Δ et l'axe des ordonnées sont sécants, on appelle M_1 leur point d'intersection et I le milieu de $\left[M_0M_1\right]$. Déterminer l'ensemble L des points I lorsque M_0 décrit E.