Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section: B

Branche: Mathématiques 1

Numéro d'ordre du candidat

____

I (5 + 3 + 8 = 16 points)

1) On donne le polynôme $P(z) = z^3 - 7iz^2 + (i-15)z + 4 + 12i$ ($z \in \mathbb{C}$).
Sachant que ce polynôme admet une racine imaginaire pure, démontrer que, dans le plan de Gauss, les points-images des racines de $P(z)$ sont les sommets d'un triangle rectangle isocèle.

2) On donne $z_1 = -\sqrt{3} - i\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$. Déterminer la forme algébrique de $\dfrac{z_1^{\,6}}{z_2^{\,5}}$.

3) On donne le nombre complexe : $Z = \dfrac{\bar{z} + i}{i\,z + 2}$ ($z \in \mathbb{C} \setminus \{2i\}$, $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$).

a) Dans le plan de Gauss, déterminer l'ensemble E défini par $E = \{M(z) / Z \in i\mathbb{R}\}$.

b) Démontrer que dans le plan de Gauss, l'ensemble F défini par $F = \{M(z) / Z \in \mathbb{R}\}$ est une hyperbole équilatère privée d'un de ses sommets.

II (5 + 5 + 4 = 14 points)

1) On signale un objet volant non identifié et l'armée entre en action en lançant des missiles.
Sachant que chaque missile atteint son objectif avec une probabilité 0,3, déterminer le nombre de missiles qu'il faut lancer au moins pour que la probabilité d'atteindre l'objectif au moins une fois soit strictement supérieure à 99,99 %.

2) Une boîte contient 6 boules rouges et n boules bleues (n étant un entier naturel non nul).
Un jeu consiste à tirer simultanément deux boules de la boîte.
Si les deux boules sont de couleurs différentes, alors le joueur perd 1 € ;
si elles ont la même couleur, alors le joueur gagne 1 € .
Soit X la variable aléatoire qui représente le gain du joueur.

a) Exprimer la loi de probabilité de X en fonction de n.

b) Déterminer n pour que le gain moyen à espérer soit zéro.

3) Trois garçons et trois filles s'assoient au hasard sur un banc.

a) Quelle est la probabilité que les trois filles s'assoient côte à côte ?

b) Quelle est la probabilité que l'on ait alternativement un garçon et une fille ?

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section: B

Branche: Mathématiques 1

Numéro d'ordre du candidat

III (10 + 5 = 15 points)

1) Dans un repère orthonormé $(0,\ \vec{i}, \vec{j})$, on donne la conique Γ d'équation $9x^2 + 7y^2 + 36x - 42y + 36 = 0$.

a) Identifier Γ et donner ses éléments caractéristiques
(centre, sommets, axe focal, foyers, directrices, asymptotes éventuelles, excentricité).

b) Déterminer des équations réduites des tangentes à Γ perpendiculaires à la droite *d* d'équation $x + y = 0$.

2) Identifier la courbe Γ d'équation $y = -2 - \sqrt{2 - 2x}$ et tracer Γ dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

IV (15 points)

Dans un cercle $\mathcal{C}$ de centre *O*, soient [*AB*] et [*CD*] deux diamètres perpendiculaires.
Soit *M* un point quelconque de la droite *CD* distinct du point *O*. La droite *AM* coupe le cercle $\mathcal{C}$ au point *E*.
Soient *d* la droite perpendiculaire à *CD* passant par *E* et *d*' la droite perpendiculaire à *AM* passant par *O*.
Déterminer le lieu $\mathcal{L}$ du point d'intersection *I* des droites *d* et *d*'.
