Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007 **Section: B** **Branche: Mathématiques I**	**Numéro d'ordre du candidat** ____________ ____________

<u>Question 1</u> : *N.B. : les parties 1), 2) et 3) sont indépendantes !*

1) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé.

   Soit $w = i\dfrac{z-2i}{z+i}$ avec $z \in \mathbb{C} - \{-i\}$. On note $z = x + iy$ avec $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$.

   a) Mettre w sous forme algébrique.

   b) Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z tels que w soit un réel.

   c) Faire une figure représentant E (unité de longueur = 2 *cm*).

2) a) Calculer les racines carrées de $z = -\sqrt{3} - i$. Mettre les résultats sous forme algébrique.

   b) Mettre $z = -\sqrt{3} - i$ sous forme trigonométrique et en déduire les formes trigonométriques des racines carrées de *z*.

   c) En déduire les valeurs exactes du cosinus et du sinus de $\dfrac{7\pi}{12}$.

3) Mettre $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $1 + i\sqrt{3}$ sous forme trigonométrique.

   En déduire $\left(\dfrac{-\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{1+i\sqrt{3}}\right)^{2007}$. Mettre le résultat sous forme algébrique.

(5+7+3 = 15 points)

<u>Question 2</u> : *N.B. : Les parties 1) et 2) sont indépendantes !*

On supposera dans toute cette question que le plan est muni d'un repère orthonormé (*Ox,Oy*).

1) Etablir une équation cartésienne de la conique C_1 de foyer $F(0,8)$, de directrice associée $d \equiv y = 5$ et d'excentricité $\varepsilon = \dfrac{1}{2}$. En déduire son centre, son axe focal ainsi que l'autre foyer et l'autre directrice.

2) Vrai ou faux ? <u>Justifier la réponse</u> et <u>redresser</u> le cas échéant les affirmations suivantes :

   a) $F(-1,0)$ est le foyer de la parabole $\mathbb{P} \equiv x^2 = -4y$.

   b) $\varepsilon = \dfrac{5}{4}$ est l'excentricité de la conique $C \equiv -\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$.

   c) $F_1(-1,5)$ et $F_2(-1,-1)$ sont les foyers de la conique $\Gamma \equiv 25x^2 + 16y^2 + 50x - 64y - 311 = 0$.

Tourner s.v.p.

(8+7 = 15 points)

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007 Section: B Branche: mathématiques I	Numéro d'ordre du candidat _______________ ___________________

(suite)

Question 3 : *N.B. : Les parties 1) et2) sont indépendantes !*

1) Dans une chambre se trouvent installées, dans des endroits différents, 7 lampes que l'on peut allumer chacune indépendemment des autres. De combien de façons peut-on éclairer cette chambre ?

2) On rappelle que dans un jeu de 32 cartes il y a quatre couleurs : coeur, carreau, trèfle et pique, et huit valeurs : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as.
On dispose les cartes en quatre paquets contenant chacun les huit cartes d'une même couleur.
Un joueur tire au hasard une carte de chaque paquet (p. ex. 7 de coeur, dame de carreau, 7 de trèfle et as de pique).
Le joueur gagne 100 euros lorsqu'il tire les 4 as,
30 euros lorsqu'il tire exactement 3 as,
2 euros lorsqu'il tire exactement 2 as.
Dans tous les autres cas il perd 2 euros.
a) Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X égale au gain du joueur, une perte étant considérée comme un gain négatif.
b) Est-ce que le jeu est équitable, favorable ou défavorable au joueur ?

(3+12 = 15 points)

Question 4 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé d'origine O et d'axes Ox et Oy.
On considère les points $P(5,3)$ et $Q(5,-3)$.
Déterminer le lieu $\mathbb{L}$ des points M du plan communs à la droite PK et à la perpendiculaire à QK menée par O, lorsque le point K parcourt l'axe des abscisses. Etablir une équation cartésienne de $\mathbb{L}$ et représenter $\mathbb{L}$.

(15 points)