

Épreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section: B

Branche: Mathématiques 1

Numéro d'ordre du candidat

QUESTION 1 (6+(6+3)=15 points)

- 1) Soit z un nombre complexe. On pose $T = \frac{z + zi}{1 - iz}$. Déterminer et représenter l'ensemble des points M d'affixe z tels que T soit un nombre réel.
- 2) a) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $(E): z^3 - \lambda \cdot (1+i)z^2 + i\lambda^2 z = 0$ dans laquelle λ est un paramètre complexe non nul.
- b) Montrer que dans le plan de Gauss, les points-images des solutions de l'équation (E) sont les sommets d'un triangle rectangle isocèle.

QUESTION 2 (5+6+4=15 points)

- 1) On choisit au hasard une main de 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.
- a) Quel est le nombre de mains contenant exactement deux valets et deux cœurs ?
- b) Quel est le nombre de mains contenant exactement une paire (c'est-à-dire 2 cartes de même valeur) ?
- 2) Une urne contient huit boules blanches et n boules noires ($n \geq 2$, n étant un nombre entier naturel). Un joueur tire successivement 2 boules de l'urne avec remise (il remet la première boule tirée dans l'urne avant de tirer la deuxième boule). Pour chaque boule blanche tirée, il gagne 1 € et pour chaque boule noire, il perd 2 €.
- a) On note X la variable aléatoire indiquant le gain après le tirage des deux boules. Déterminer la loi de probabilité de X .
- b) Calculer l'espérance mathématique de X en fonction de n .
- c) Déterminer une valeur de l'entier n pour laquelle cette espérance est nulle.
- d) Pour cette valeur de n , calculer la variance et l'écart-type de X .
- 3) Vous jouez avec un ami de même force que vous à un jeu. Les résultats de deux parties sont indépendants. Qu'est-ce qui est le plus probable : « gagner deux parties sur quatre » ou « gagner quatre parties sur huit » ?

QUESTION 3 (6+9=15 points)

- 1) Identifier (donner tous les éléments caractéristiques) et tracer la courbe donnée par l'équation suivante dans un R.O.N. du plan :

$$y = \sqrt{x^2 - 2x}$$

- 2) Identifier et tracer la courbe donnée par l'équation suivante dans un R.O.N. du plan :

$$4x \cdot |x| + y^2 - 16x - 20 = 0$$

Indication : distinguer les cas $x \geq 0$ et $x \leq 0$

QUESTION 4 (15 points)

Soit un cercle de centre Ω et soient $[AB]$ et $[CD]$ deux diamètres perpendiculaires de ce cercle. Par le point A , on trace une droite Δ qui coupe le cercle en un point S distinct de A , de C et de D . Soit t la tangente au cercle en S . Par I , point d'intersection de (AS) et (CD) , on trace la parallèle d à (AB) . Les droites d et t se coupent en M . Quel est le lieu du point M lorsque le point S parcourt le cercle ?