<u>Epreuve écrite</u>

Examen de fin d'études secondaires 2013 **Section: B** **Branche: Mathématiques I**	**Numéro d'ordre du candidat** ____________________

I) 1) Résolvez l'équation suivante dans $\mathbb{C}$: $z^4 + (2i-5)z^2 + 50i = 0$

2) Dans le plan de Gauss soient A, B, C trois points d'affixes respectives $z_A = z + i + 1$, $z_B = 3z + 1$ et $z_C = 2z + i$ avec $z \in \mathbb{C}$.

a) Déterminez l'ensemble : $\mathbf{E} = \{z \in \mathbb{C} \,/\, A \neq B \text{ et } A \neq C \text{ et } B \neq C\}$

b) Déterminez et représentez dans le plan de Gauss l'ensemble :

$$\mathbf{F} = \left\{ P(z) \,/\, z \in \mathbf{E} \text{ et } \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} \in i\mathbb{R} \right\}$$

c) Que peut-on dire du triangle ABC si $P(z) \in \mathbf{F}$? Justifiez votre réponse !

(7+9*(2+5+2)* = 16 points)

II) 1) Calculez le terme constant dans l'expression $\left(2x - \frac{3}{4x^2}\right)^{21}$.

2) On considère l'expérience suivante : d'une urne contenant 3 boules rouges, 5 boules noires et 8 boules blanches on tire *simultanément* 2 boules. Quelle est la probabilité qu'en réalisant 10 fois de suite cette expérience (en remettant à chaque fois les boules tirées dans l'urne avant de recommencer) on obtienne *au plus* 8 fois deux boules de même couleur ?

3) D'un jeu de 32 cartes on tire une main de 4 cartes (tirage sans ordre et sans remise). Si la main contient 4 as on gagne 8 €, 3 as on gagne 4 €, 2 as on gagne 2 €, 1 as on gagne 1 €. Par contre si elle ne contient aucun as on perd 1 € sauf si parmi les 4 cartes il y a la dame de cœur auquel cas on ne perd rien mais on ne gagne rien non plus. En calculant l'espérance mathématique d'une variable aléatoire à définir, déterminez si ce jeu est favorable au joueur ou non.

(3+5+7 = 15 points)

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013

Section: B

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

III) Le plan est muni d'un R.O.N. $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, unité de longueur : 1 cm. *Les questions 1) et 2) sont indépendantes* et vous pourrez donner toutes les réponses dans un repère de votre choix.

1) Identifiez la courbe suivante donnée par : $\Gamma \equiv 3x + 4\sqrt{y^2 + 4y + 13} = 15$, donnez ses éléments caractéristiques (excentricité, axe focal, foyer(s), sommet(s), directrice(s), asymptotes éventuelles) puis représentez-la.

2) Soit la parabole d'équation $\Phi \equiv y^2 = 4x$ et $P(x_0, y_0) \in \Phi$ avec $P \neq O$.

a) Déterminez les éléments caractéristiques de Φ et la pente de la tangente *t* à Φ en P. Représentation graphique.

b) Pour tout point M de la directrice d il existe deux tangentes t' et t'' à Φ qui passent par M. Montrez que $t' \perp t''$.

(7+8*(4+4)* = 15 points)

IV) Dans un repère orthonormé d'origine O on considère le point $A(3;0)$ et le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 5.

1) En notant $M(x;y)$ un point quelconque du plan et $M\mathcal{C}$ la distance de M au cercle $\mathcal{C}$, montrez que $M\mathcal{C} = \left|5 - \sqrt{x^2 + y^2}\right|$ (*).

2) Déterminez et représentez le lieu $\mathbb{L}$ des points M du plan qui sont équidistants de A et de $\mathcal{C}$:

$$\mathbb{L} = \{M / MA = M\mathcal{C}\}$$

Indication : utilisez la formule (*).

Que représentent les points O et A pour $\mathbb{L}$?

(4+10 = 14 points)