Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011 **Section: B** **Branche: Mathématiques I**	**Numéro d'ordre du candidat** _______________ _______________

Question 1 ((2+4)+(3+2+4)= 15 points)

(A) On pose $Z = \dfrac{2i - z}{4 + 3i - z}$ pour tout $z \in C - \{4 + 3i\}$

(1) Déterminez la forme algébrique de Z en fonction de x, y si $z = x + yi \ (x, y \in IR)$

(2) Dans le plan de Gauss on donne les points A(4+3i) et B(2i).
Déduire de ce qui précède l'ensemble E des points M(z) tels que AMB soit un triangle rectangle en M et représentez E dans le plan de Gauss.

(B) On pose $z_0 = \sqrt{2 + \sqrt{2}} + i \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

(1) Déterminez la forme trigonométrique de $Z = z_0^{\ 2}$

(2) Déterminez la forme trigonométrique des racines carrées de Z et déduisez-en les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{8}$ et de $\sin\dfrac{\pi}{8}$.

(3) On pose $z_1 = \dfrac{1}{\left[\sin\dfrac{9\pi}{32} - i \cdot \cos\dfrac{9\pi}{32}\right]^4}$

Calculez z_1 sous forme trigonométrique, puis mettez le résultat sous forme algébrique.

Question 2 ((3+3+3)+(2+2+2) = 15 points)

(A) On lance 3 dés successivement.
On gagne : 200 € si on lance 3 fois le 6.
30 € si on lance 2 fois le 6.
5 € si on lance 1 fois le 6.
Dans tous les autres cas on perd 10 €.

(1) Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X égale au gain du joueur, une perte étant considérée comme gain négatif.

(2) Déterminez si le jeu est favorable au joueur, défavorable au joueur ou équitable ?

(3) Quelle perte maximale aurait-on dû fixer dans le cas où on ne lance aucun 6 pour que le jeu ne soit pas défavorable au joueur ?

(B) Une urne contient 4 boules vertes numérotées de 1 à 4 , 3 boules rouges numérotées de 1 à 3 et 2 boules bleues numérotées de 1 à 2.
On tire 3 de ces boules.
Combien de tirages possibles contiennent exactement 2 boules vertes :

(1) si on tire les boules simultanément ?

(2) si on tire les boules successivement en remettant chaque boule tirée dans l'urne ?

(3) si on tire les boules successivement sans remettre les boules tirées dans l'urne ?

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011 Section: B Branche: Mathématiques I	Numéro d'ordre du candidat ______________ ______________

Question 3 ((7+3)+5 =15 points)

(A) (1) Identifiez la courbe Γ dont une équation cartésienne dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ est $4x^2 + y^2 - 8x + 4y + 4 = 0$.
Précisez l'équation réduite dans un repère dont l'origine est le centre Ω de Γ.
Déterminez les éléments caractéristiques et représenter la courbe dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(2) Déterminez dans $(O,\vec{i},\vec{j})$ les équations des tangentes aux points de Γ dont l'ordonnée dans $(O,\vec{i},\vec{j})$ est égale à $\sqrt{2} - 2$.

(B) Déterminez les équations des tangentes éventuelles à la conique Γ d'équation cartésienne $y^2 + 2y - 3x + 1 = 0$ dans un repère orthonormé, qui sont perpendiculaires à la droite d d'équation $2x + y = 0$ et précisez les points de contact.

Question 4 (4+(8+3) = 15 points)

(A) Donnez une équation cartésienne la courbe C dont une représentation paramétrique est donnée par : $\begin{cases} x = \tan t \\ y = \cos 2t + 1 \end{cases}$ $t \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

(B) On donne un triangle équilatéral ABC dont la longueur des côtés est $a\ (a \in IR_+^*)$.
Soit k un paramètre strictement positif.

(1) Discutez suivant les valeurs de k, l'ensemble E_k des points M du plan tels que la somme des carrés des distances de M aux trois sommets du triangle est égale à k.

(2) Quelle est la valeur minimale de la somme $MA^2 + MB^2 + MC^2$ lorsque M varie ?
Pour quel point est-elle obtenue ? (Justifiez !)