Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2010

Section: B

Branche: MATHEMATIQUES I

Numéro d'ordre du candidat

____

Question I : *(Les parties 1) et 2) sont indépendantes.)*

1) Dans le champ des complexes, on donne $z' = \dfrac{2 \cdot \overline{z} - 3i}{i \cdot \overline{z} - 3}$ avec $z = x + yi$, $z \in \mathbb{C} - \{3i\}$.

Déterminer et représenter dans le plan de Gauss les ensembles suivants :

$E_1 = \left\{ M(z) / z \in \mathbb{C} - \{3i\} \quad et \quad z' \in \mathbb{R}_- \right\}$ et $E_2 = \left\{ M(z) / z \in \mathbb{C} - \{3i\} \quad et \quad \arg z' \equiv \dfrac{\pi}{2} (2\pi) \right\}$

2) Soit le nombre complexe $z = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - i\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$.

a) Calculer z^4 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

b) En déduire la forme trigonométrique de z.

c) Déterminer la valeur exacte de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$.

d) Par quelles transformations du plan le point B d'affixe z^4 est-il l'image du point A d'affixe z^2 ?

7+8(=4×2)=15 points

Question II : *(Les parties 1) et 2) sont indépendantes.)*

1) Un numéro d'immatriculation d'une voiture est formé de deux lettres suivies de quatre chiffres.

a) Combien de numéros peut-on former ?

b) Combien de numéros peut-on former si les deux lettres sont des consonnes ? (L'alphabet français comporte 20 consonnes et 6 voyelles.)

c) Combien de numéros peut-on former si les quatre chiffres sont différents ?

d) Combien de numéros peut-on former si les quatre chiffres sont différents et si deux chiffres parmi les quatre sont impairs ?

2) Pour chacune des deux expériences suivantes, déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire et calculer son espérance mathématique. Montrer que dans un des deux cas la loi est la loi binomiale.

1ière expérience : Un jeu de cartes ne contient que les douze « figures » : les quatre rois, les quatre dames et les quatre valets. On tire, simultanément et au hasard, cinq cartes. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de rois obtenus.

2e expérience : Un jeu de cartes contient les mêmes douze cartes. On effectue successivement cinq fois le tirage d'une carte que l'on remet à chaque fois. Soit Y la variable aléatoire dont la valeur est égale au nombre de rois obtenus au cours des cinq tirages.

5+10(=5+5)=15 points

Section: B

Branche: **MATHEMATIQUES I**

Question III : *(Les parties 1), 2) et 3) sont indépendantes.)*

1) Identifier la courbe $\Gamma_1 \equiv y = -2 - \sqrt{x^2 - 2x}$ et dessiner-la dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité de longueur = 1 cm).

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points A(0,−4) et B(0,4). Identifier l'ensemble Γ_2 des points M du plan vérifiant $\overline{AM} + \overline{BM} = 10$ et établir l'équation cartésienne réduite de cet ensemble.

3) Soit la conique Γ_3 de directrice $d \equiv x = -2$, de foyer F(1,2) et d'excentricité $\frac{1}{2}$. Etablir son équation cartésienne réduite.

6+3+3=12 points

Question IV : *(Les parties 1) et 2) sont indépendantes.)*

1) Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère la parabole $\mathbf{P}$ d'équation $y = \dfrac{x^2}{2}$. Sur la parabole $\mathbf{P}$ on considère deux points mobiles : le point M d'abscisse t $\left(t \in \mathbb{R}^*\right)$ et le point M' d'abscisse $-\frac{1}{t}$.

a) Montrer que toutes les droites MM' passent par un point fixe, quelque soit $t \in \mathbb{R}^*$.

(Indication : Etablir l'équation de MM'.)

Que représente ce point pour la parabole ?

b) Montrer que les tangentes à la parabole $\mathbf{P}$ aux points M resp. M' sont perpendiculaires quelque soit $t \in \mathbb{R}^*$.

c) Déterminer le lieu géométrique $\mathbf{L}$ du point d'intersection des tangentes à la parabole $\mathbf{P}$ aux points M resp. M'.

2) Dans un triangle ABC, les sommets A et B sont fixes, alors que le sommet C se déplace sur une droite parallèle à la droite AB. Déterminer le lieu géométrique de l'orthocentre H de ce triangle ABC.

10(=4+2+4)+8=18 points