

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

Section: B

Branche: MATHÉMATIQUES I

Numéro d'ordre du candidat

QUESTION 1

(15 points : 8+7)

- 1) Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé, soit

$$z' = \frac{(1+i)z + 1}{i - z} \text{ avec } z = x + iy \text{ (} x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R} \text{) et } z \neq i.$$

Déterminer et construire les ensembles suivants :

$$E = \{M(z)/z' \text{ est imaginaire pur}\}$$

$$F = \{M(z)/z' \text{ est réel}\}$$

- 2) Déterminer les racines cubiques de 8 dans \mathbb{C} . En déduire les solutions dans \mathbb{C} de l'équation : $(z^2 + 2z)^3 = 8$.

QUESTION 2

(15 points : 10+5)

- 1) a) Un joueur lance deux dés non truqués dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Les règles du jeu sont les suivantes :

- si les deux dés donnent le même numéro, alors le joueur perd 10 €.
- si les deux dés donnent deux numéros de parités différentes (l'un est pair et l'autre est impair), alors il perd 5 €.
- dans les autres cas, il gagne 15 €.

le joueur joue une partie et on note X la variable aléatoire : gain du joueur.

Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

- b) Le joueur effectue huit parties successives dans les mêmes conditions, les résultats des parties étant indépendants les uns des autres.

On appelle Y la variable aléatoire égale au nombre de fois que le joueur gagne 15 €.

1. Déterminer la loi de probabilité de Y . Justifier.

2. Déterminer la probabilité que le joueur gagne au moins une fois 15 €.

3. Combien de fois le joueur peut-il espérer gagner 15 € ?

- c) Le joueur joue n parties successives. Déterminer n pour que la probabilité de gagner au moins une fois 15 € soit strictement supérieure à 0.999 ?

- 2) Déterminer le coefficient de x^{12} dans le développement de $(1 - x^2) \cdot (1 - 2x^2)^{13}$.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

Section: B

Branche: MATHEMATIQUES I

Numéro d'ordre du candidat

QUESTION 3

(15 points : 7+8)

- 1) Identifier la courbe dont l'équation dans un repère orthonormé est :

$$4x^2 - 9y^2 - 32x + 36y - 8 = 0 .$$

Déterminer ses éléments caractéristiques et représenter la courbe dans le repère orthonormé.

- 2) Déterminer les équations des tangentes à la conique d'équation

$$y^2 + 4x - 6y = 0 \text{ issues du point } A\left(-\frac{3}{2}; -1\right) \text{ dans un repère orthonormé et}$$

préciser les coordonnées des points de contact .

QUESTION 4

(15 points)

On donne dans un repère orthonormé la parabole d'équation $y^2 = 4x$.

M est un point de la parabole , t est la tangente à la parabole en M et n est la normale à la parabole en M (la normale à une conique en un point est la droite perpendiculaire à la tangente en ce point P) ; n coupe l'axe de la parabole en un point N . P est le milieu de $[MN]$. Déterminer et analyser le lieu L du point P lorsque M décrit la parabole .

Dessiner la parabole et le lieu L .