Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2008 Section: B Branche: Mathématiques I	Numéro d'ordre du candidat ____________ ____________

Question I (5+10 = **15 points**)

1) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé.

Soit $z' = \dfrac{z-4+3i}{z-i}$ avec $z = x + yi$ $(x, y \in I\!R)$ et $z \neq i$.

E est l'ensemble des points M d'affixe z tels que z' soit réel et F est l'ensemble des points M d'affixe z tels que z' soit imaginaire pur.

Déterminer et construire E et F.

2) Soit $P(z) = z^3 + \alpha z^2 + \beta z - 12i$ avec α et β complexes.

a) Déterminer α et β sachant que i est une racine de $P(z)$ et que le reste de la division de $P(z)$ par $z-2$ est $10-10i$.

b) Résoudre ensuite l'équation $P(z) = 0$ en remplaçant α et β par les valeurs trouvées dans **a)**.

c) Dans le plan complexe rapporté à un R.O.N. $(O, \vec{i}, \vec{j})$ représenter les points A, B et C dont les affixes sont les solutions de l'équation $P(z) = 0$. Déterminer la nature du triangle ABC. Justifier la réponse.

Question II (4+3+8 = **15 points**)

1) De combien de manières peut-on choisir parmi les 12 élèves d'une classe un groupe de 6 élèves pour fêter les résultats d'un examen

a) si Claudine et Martine n'acceptent de participer que s'ils sont ensemble ?

b) si Pierre refuse de participer avec Jean ?

2) Calculer le terme en x^3 provenant du développement de $\left(\sqrt{3}\,x^2 - \dfrac{1}{3x}\right)^{15}$.

3) Une société émet des billets de loterie à gratter ayant chacun 9 cases. Sur chaque billet il y a exactement 4 cases derrière lesquelles se cache l'image d'un coeur. Pour que le billet soit valide, il faut gratter exactement 3 cases. On gagne si on a gratté 3 coeurs. Monsieur Dupont achète 4 billets et gratte correctement. Soit X le nombre de gains.

a) Quelle est la loi de probabilité de X ? Justifier.

b) Quelle est la probabilité pour qu'il gagne au moins une fois ?

c) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.

d) Calculer le nombre minimal de billets que Monsieur Dupont aurait dû acheter pour que la probabilité de gagner au moins une fois soit strictement supérieure à 0,5.

Tourner s.v.p.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2008 Section: B Branche: Mathématiques I	Numéro d'ordre du candidat __________ __________

Question III (4+11 = **15 points**)

1) Identifier la courbe C : $x = 2 - \sqrt{4-y}$ et tracer-la dans un repère orthonormé du plan (unité : 1 cm).

2) a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques (centre, axe focal, sommets, foyers, directrices, asymptotes) de la conique Γ d'équation $x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$.

b) Déterminer une équation des tangentes perpendiculaires à la droite d d'équation $x - 4y + 2 = 0$ à la conique Γ. Déterminer les coordonnées des points de tangence.

c) Dessiner Γ et les tangentes dans un repère orthonormé.

Question IV (6+9 = **15 points**)

1) Identifier et représenter graphiquement dans un repère orthonormé la courbe Γ suivante :

$$\Gamma : \begin{cases} x = 2 + \sin\theta \\ y = -1 + 2\cos\theta \end{cases}, \ \theta \in \left]-\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}\right[$$

2) a) Déterminer et analyser le lieu L_k des points dont la somme des carrés des distances aux quatre côtés d'un rectangle dont la longueur vaut le double de sa largeur est une constante k donnée.

b) Déterminer k pour que le lieu passe par les quatre sommets du rectangle. Quel est le lieu dans ce cas ?