



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
MATHÉMATIQUES II	C, D	Durée de l'épreuve : 2h45 Date de l'épreuve : 04/06/2018

**Théorie :** (2+2 = 4 points)

Démontrez les deux propriétés suivantes :

- 1) Si  $a$  et  $b$  sont des réels strictement positifs distincts de 1, alors, pour tout réel strictement positif  $x$ ,

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} .$$

- 2) Si  $a$  est un réel strictement positif distinct de 1, alors, pour tout réel strictement positif  $x$ ,

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a} .$$

**Exercice 1 :** (4+5 = 9 points)

Résolvez les inéquations suivantes :

- 1)  $-4 + 2^{x+\log_2(5)} \geq 2^{2x}$   
2)  $\ln(5 - 3x) - \ln(3) \geq \ln(1 - x) - \ln(x + 1)$

**Exercice 2 :** (3+4 = 7 points)

Calculez les limites suivantes :

- 1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_2(e^{2x}-1)}{2x}$   
2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x+2}\right)^{3x-2}$

**Exercice 3 :** (0,5+4,5+2+4+3 = 14 points)

On donne  $g: x \mapsto \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 5)e^x + 1$

- Déterminez le domaine de définition.
- Déterminez les limites aux bornes du domaine de définition et étudiez l'existence d'asymptotes éventuelles.
- Calculez la dérivée première, étudiez les variations de  $f$  et l'existence d'extrema.
- Calculez la dérivée seconde, étudiez la concavité de  $f$  et l'existence de points d'inflexion.
- Tracez le graphe de  $g$  dans un R.O.N. (unité 1cm) en indiquant tous les éléments importants.

Tournez la page s.v.p. 

**Exercice 4 : (5+4+5 = 14 points)**

- 1) Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = (4x - 1)e^{-4x^2+2x-1}$   
Déterminez la primitive  $F$  de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  pour laquelle  $F(0) = \frac{3}{2e}$ .
- 2) Calculez  $\int_{-1}^1 \frac{4x-1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ .
- 3) Calculez  $\int e^{-4x} \cos(3x) dx$ .

**Exercice 5 : (6 points)**

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x - \ln^2(x)$ .

Etablissez une équation de la tangente à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse  $x = 1$  puis examinez la position relative de cette tangente par rapport à  $C_f$ .

**Exercice 6 : (6 points)**

Calculez, dans un repère orthonormé du plan, l'aire  $\mathcal{A}$  de la partie du plan délimitée par les graphes des fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = x + 3$$