



BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
<b>Mathématiques I</b>	<b>D</b>	<i>Durée de l'épreuve : 1h45</i> <i>Date de l'épreuve : 07/06/2018</i>

**Question 1** 12 points

Soit  $P(z) = 2z^3 - (1+7i)z^2 + (2i-8)z + 4i$ .

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$  sachant que  $P$  admet une racine imaginaire pure.

**Question 2** 18 points (8+5+5)

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1) Ecrire le nombre complexe  $Z = \frac{(3+3i)^{10}}{(3\sqrt{3}-3i)^8}$  sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique.

2) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation suivante et préciser l'ensemble des solutions :

$$(1-i)\bar{z} = (2+i)z + 3$$

3) Calculer et donner sous forme trigonométrique les racines cubiques du nombre complexe

$$w = \frac{-16\sqrt{2}}{2-2i}.$$

**Question 3** 16 points

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant les valeurs du paramètre réel  $m$  le

$$\text{système suivant : } (S) \begin{cases} x - 2y + mz = 1 \\ x - my + 2z = 1 \\ 2x + my + mz = 1 \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$$

**Question 4** 14 points (2+4+3+5)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points  $A(-2;1;4)$ ,  $B(-1;0;2)$ , le

$$\text{vecteur } \vec{n}(3; -2;1) \text{ et la droite } d \text{ définie par } d \equiv \begin{cases} 2x + y - z = 4 \\ y - z = 1 \end{cases}.$$

- 1) Déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi_1$  passant par le point  $A$  et de vecteur normal  $\vec{n}$ .
- 2) Déterminer un système d'équations paramétriques du plan  $\pi_2$  parallèle au plan  $\pi_1$  passant par le point  $B$  et caractériser le plan  $\pi_2$  par la donnée d'un point et de deux vecteurs directeurs non colinéaires.
- 3) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite  $d$  et caractériser la droite  $d$  par la donnée d'un point et d'un vecteur directeur.
- 4) Etudier l'intersection de la droite  $d$  et du plan  $\pi_1$ .