LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES
2018

BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques II	**B**	*Durée de l'épreuve : 4 heures* *Date de l'épreuve : 11 juin 2018*

Question 1 **(2+5+5+3+3=18 points)**

Soit $f_m(x)=\ln\dfrac{2x}{|x^2-m|}$ $(m\in\mathbb{R})$ et soit C_{f_m} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Partie A Dans cette première partie on choisit $m\neq 0$

1) Déterminez, en fonction de *m*, le domaine de définition de f_m

2) Déterminez, il y en a, les aymptotes et les branches paraboliques de C_{f_m} .

3) Discutez, en fonction de *m*, les variations de f_m .

Partie B Dans cette deuxième partie on choisit $m=0$

4) Déterminez le domaine de définition, le comportement asymptotique et les branches paraboliques, les variations et la concavité de la fonction de f_0 .

5) Tracez la représentation graphique C_{f_0} dans un repère orthonormé, puis déterminez l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe C_{f_0} et les droites d'équation $x=\dfrac{1}{2}$ et $x=4$

Question 2 **(5+(2,5+2,5) =10 points)**

1) Volume un solide

Soit f la fonction définie par $f(x)=\log_3(2x+1)$

Esquissez la représentation graphique de la fonction f, puis calculez le volume du solide de révolution engendré par la rotation autour de l'axe y de la surface délimitée par la courbe représentative de f axe x et la droite d équation $x=4$.

2) Calculez:

a) $\displaystyle\int_{-\frac{9\sqrt{3}}{2}}^{0}\frac{4-3x}{\sqrt{81-x^2}}dx$ b) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{2}{1-\cos x}dx$

Question 3 (**1+1,5+3+(3,5+3,5+3,5+2)=18 points**)

Soit la fonction *f* définie par $f(x)=\begin{cases} x+\ln\dfrac{2x+1}{x+1} & \text{si } x\leq 0 \\ 3^{-\frac{1}{2x}} & \text{si } x>0 \end{cases}$

1) Déterminez le domaine de définition de la fonction *f*.
2) Etudiez la continuité de la fonction *f* en $x=0$.
3) Etudiez la dérivabilité de la fonction *f* en $x=0$. Interprétez géométriquement votre résultat !
4) Etudiez la fonction *f* :
   a) Calculez les limites aux bornes du domaine de définition et étudiez le comportement asymptotique.
   b) Calculez la dérivée première et établissez un tableau de variations.
   c) Calculez la dérivée seconde de la fonction *f*, puis analysez la concavité de la courbe représentative C_f de la fonction *f*.
   d) Tracez la représentation graphique C_f dans un repère orthonormé.

Question 4 (**6+(4+4)= 14 points**)

1) On donne la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{2x^3+16x-16}{x^4-16}$.

   Déterminez la primitive F de f sur $]2;+\infty[$ qui prend la valeur $2\ln 5$ en 3 .

   (Indication : déterminez les réels a, b, c et d tels que $f(x)=\dfrac{a}{x+2}+\dfrac{b}{x-2}+\dfrac{cx+d}{x^2+4}$ *)*

2) Résolvez les (in)équations suivantes:

   a) $2+\log_x 2-\dfrac{1}{2}\log_x 81=\log_{x-2}(x-1)\log_x(x-2)-\log_x(4x-11)$

   b) $5\sqrt{5^{-x}}\cdot\left(2+5^{\frac{x}{2}+1}\right)\leq 3\sqrt{5^{x+2}}$
