

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024**QUESTIONNAIRE**

Date :	18.09.24	Horaire :	08:15 - 11:15	Durée :	180 minutes	
Discipline :	MATHE	Type :	écrit	Section(s) :	GSE	
					Numéro du candidat :	

Dans toutes les questions, le plan est muni d'un repère orthonormé.

Question 1 [4+4 = 8 points]

Démontrer les théorèmes suivants :

- 1) Pour tout réel a et tout réel b , $\exp(a + b) = \exp(a) \cdot \exp(b)$.
- 2) La fonction $\ln$ est dérivable sur $]0; +\infty[$ et $\forall x \in]0; +\infty[: (\ln)'(x) = \frac{1}{x}$

Question 2 [6 points]

Soit la fonction f définie sur $] -\infty; -2] \cup [4; +\infty[$ par $f(x) = (3x + 6)\sqrt{x^2 - 2x - 8}$.

Étudier la dérivabilité de f aux bornes finies de l'ensemble de définition. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

Question 3 [3+5 = 8 points]

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- a) $5e^x - 18e^{-x} < 9$
- b) $\ln\left(\frac{3x-2}{x+1}\right) \geq \ln(2-x) + \ln 2$

Question 4 [1+2+3+3+4+3 = 16 points]

Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln(e^{2x} - 3e^x + 4)$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- Montrer que le domaine de définition de f est $\mathbb{R}$.
- Déterminer les limites de f aux bornes du domaine de définition et interpréter graphiquement les résultats.
- Montrer que C_f admet une asymptote oblique d en $+\infty$, dont on déterminera une équation.
- Étudier la position de C_f par rapport à d .
- Dresser le tableau de variation de f .
- Tracer C_f et ses asymptotes dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.

Question 5 [7 points]

Soit la fonction f définie sur $[-\frac{17}{3}; +\infty[$ par $f(x) = (1 - 3x)e^{\frac{1}{3}x}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Combien de tangentes à la courbe C_f sont parallèles à la droite Δ d'équation $y = -\frac{2}{3}x - 2$?

Question 6 [2+2+4 = 8 points]

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$ par

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$$

- 1) Déterminer les réels a et b tels que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$,

$$f(x) = \frac{a}{x - 3} + \frac{b}{x + 3}$$

- 2) En déduire la valeur exacte de

$$I = \int_4^6 \frac{1}{x^2 - 9} dx$$

Mettre le résultat sous la forme $a \cdot \ln b$, où a et b sont deux nombres réels strictement positifs.

- 3) Déterminer la valeur exacte de

$$J = \int_4^6 \frac{\ln(x^2 - 9)}{x^2} dx$$

Question 7 [1+1+2+3 = 7 points]

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points $A(1; -3; 5)$, $B(-2; -1; 4)$ et $C(3; 0; 2)$.

- 1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) .
- 2) Vérifier que le point C n'appartient pas à la droite (AB) .
- 3) Déterminer une équation cartésienne du plan P perpendiculaire à (AB) et passant par C .
- 4) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de C sur (AB) .