

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024**QUESTIONNAIRE**

Date :	07.06.24	Horaire :	08:15 - 10:45	Durée :	150 minutes
Discipline :	MATHE	Type :	écrit	Section(s) :	GCF / GCG / GCGSL / GCG_ANGDF
					Numéro du candidat :

Question 1 : (2+4+2=8 points)

La société 'SaveursExpress', une entreprise spécialisée dans la livraison de repas, traite chaque mois entre 500 et 1000 commandes. Le bénéfice, en milliers d'euros, pour x centaines de commandes traitées est donné par la fonction

$$B(x) = (5x - 25)e^{-0,4x+2}.$$

- Vérifiez que la dérivée de B est égale à $B'(x) = (15 - 2x)e^{-0,4x+2}$.
- Dressez le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[5; 10]$.
- Déterminez le nombre de commandes pour lequel le bénéfice est maximal et trouvez le bénéfice correspondant.

Question 2 : (7 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'inéquation suivante :

$$\ln(x^2 - 3x + 2) > \ln(2x - 1)$$

Question 3 : (5 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'équation suivante :

$$(e^{5x^2+3} \cdot e^{-2x} + 3) \cdot \left(\frac{e^x}{e^{x^2-43}} - e \right) = 0$$

Question 4 : (10 points)

Faites l'étude complète de la fonction f définie par $f(x) = \frac{3}{2} - \ln(4x + 8)$.

(Ensemble de définition, limites et asymptotes éventuelles, intersections avec les axes, dérivée, tableau de variation et représentation graphique)

Question 5 : (2+1+1+2=6 points)

Dans une entreprise, 75% des employés ont des compétences en gestion de projet. Parmi ceux qui ont des compétences en gestion de projet, 60% ont également des compétences en communication. Parmi les employés sans compétences en gestion de projet, 80% n'ont pas non plus de compétences en communication.

- Construisez un arbre qui illustre cette situation.
- Quelle est la probabilité qu'un employé ait à la fois des compétences en gestion de projet et en communication ?
- Quelle est la probabilité qu'un employé ait des compétences en communication ?
- Quelle est la probabilité qu'un employé ait des compétences en gestion de projet sachant qu'il n'a pas de compétences en communication ?

Question 6: (2+2=4 points)

Un groupe de 20 personnes s'apprête à traverser le portique de sécurité à l'aéroport, un dispositif conçu pour détecter certains objets potentiellement dangereux. On suppose que la probabilité qu'une personne ne déclenche pas l'alarme du portique est de 0,96.

- Quelle est la probabilité que personne dans le groupe ne déclenche l'alarme du portique ?
- Quelle est la probabilité qu'au moins deux personnes dans le groupe déclenchent l'alarme du portique ?

Question 7: (1+1+2=4 points)

Un pâtissier propose des boîtes de macarons avec trois saveurs différentes. Chaque boîte contient 6 macarons à la vanille, 4 macarons à la pistache et 8 macarons à la framboise.

Je choisis simultanément au hasard quelques macarons d'une boîte.

- Quelle est la probabilité d'obtenir un macaron de chaque saveur si je prends 3 macarons ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir uniquement des macarons à la vanille si je prends 4 macarons ?
- Quelle est la probabilité d'avoir au moins deux macarons à la pistache si je prends 6 macarons ?

Question 8: (5+6=11 points)

Tous les résultats seront arrondis à 0,01 près.

Le tableau suivant représente la population de Dubai (UAE) en milliers entre 1990 et 2020 (Source : Dubai Statistics Center).

Année	1995	2000	2005	2010	2015	2020
Rang de l'année (x_i)	0	5	10	15	20	25
Population en milliers (y_i)	478,2	611,8	989,3	1485,1	1703,4	2362,3

A) Ajustement affine

- Déterminez les coordonnées du point moyen G .
- Déterminez en %, l'augmentation de la population entre 1995 et 2020.
- Justifiez à l'aide du coefficient de corrélation qu'un ajustement affine est valable.
- Donnez une équation de la droite de régression de y en x .
- Estimez, à l'aide de l'ajustement précédent, la population en 2025.

B) Ajustement non affine

- Recopiez et complétez le tableau suivant.

Année	1995	2000	2005	2010	2015	2020
Rang de l'année (x_i)	0	5	10	15	20	25
$z = \ln y$						

- Déterminez la droite de régression de z en x .
- En utilisant le résultat précédent, déterminez un ajustement de y en x sous la forme $y = C \cdot e^{D \cdot x}$.

- i) Estimez à l'aide de ce nouvel ajustement, la population en 2025.
- j) Estimez aussi, à l'aide de cet ajustement, en quelle année la population dépassera les 5 000 000 habitants.

Question 9: (2+2+1=5 points)

La courbe ci-dessous représente la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2}$.

- a) Calculez les points d'intersection de $f(x)$ avec l'axe des x .
- b) Montrez que F définie par $F(x) = x + \frac{6}{x} - \ln(x)$ est une primitive de f .
- c) Calculez l'aire de la surface hachurée.

