

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES GÉNÉRALES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	22.09.23	Durée :	8:15 - 10:15	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Analyse	Section(s) :	GSO		

Sauf indications contraires, pour l'ensemble du questionnaire, arrondis tes résultats à trois chiffres significatifs.

Question 1 $2 + 3,5 + 2,5 = 8$ points

Exprimer cette expression sous la forme $\ln c$ où c est un nombre réel strictement positif.

a. $4 \ln 2 + \ln \frac{1}{3}$

Résoudre les équations et inéquations suivantes sur le domaine indiqué :

b. $\ln(2x + 1) + \ln x = \ln 3$ $D =]0; +\infty[$

c. $e^{-2x+1} > 3$ $D = \mathbb{R}$

Question 2 $1 + 2 = 3$ points

Maxime a mis une vidéo en ligne. Il estime que, chaque jour, le nombre de vues augmente de 5 %. Le premier jour, il y a eu 108 vues.

- Déterminer le coefficient multiplicateur qui permet de trouver le nombre de vues de la vidéo au bout de n jours.
- Au bout de combien de jours, le nombre de vues sera-t-il supérieur ou égal à 500 ?

Question 3 $2 + 2 + 2 = 6$ points

Une entreprise fabrique des tableaux électriques pour des sociétés. Elle peut fabriquer et vendre entre 200 et 1600 tableaux par mois.

Les bénéfices, en milliers d'euros, sont donnés par : $B(x) = 6 \ln(5x - 3) - 2x + 3$ où x représente le nombre de centaines de tableaux électriques produits et vendus par mois ($2 \leq x \leq 16$).

- Calculer $B(6)$ (à l'euro près) et interpréter dans le contexte.
- Combien de tableaux l'entreprise doit-elle produire et vendre pour avoir un bénéfice d'au moins 10 000 euros ?
- Déterminer le nombre de tableaux que l'entreprise doit produire et vendre par mois pour obtenir un bénéfice maximal et déterminer le bénéfice correspondant à l'euro près.

Question 4 $(1 + 1 + 1.5) + (2 + 1 + 2 + 2.5) = 11$ points

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires annuel du e-commerce en France de 2014 à 2021.

Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffres d'affaires annuel en milliards d'euros (y_i)	56,8	64,9	72	81,7	92,6	103,4	112	129,1

(Source : Statista2023)

Ecrire les coefficients arrondis au centième près.

Partie A :

- Justifier qu'un ajustement affine est valable.
- Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x .
- Déterminer l'année durant laquelle le chiffre d'affaires annuel dépassera les 150 milliards d'euros, en utilisant cet ajustement.

Partie B :

- Compléter le tableau suivant :

Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffres d'affaires annuel en milliards d'euros (y_i)	56,8	64,9	72	81,7	92,6	103,4	112	129,1
$z_i = \ln(y_i)$								

- Déterminer l'équation de la droite de régression de z en x .
- En déduire un ajustement de y en x , sous la forme $y = k \cdot e^{ax}$ (k et a sont des nombres réels arrondis à 10^{-2})
- Les prévisions de la fédération du e-commerce et de la vente à distance (FEVAD) indiquent que le chiffre d'affaires devrait atteindre 166 milliards en 2023. De quel pourcentage l'estimation faite par le modèle exponentiel s'écarte-t-elle des prévisions de la FEVAD ?

Question 5 $2 + 1 + 2 + 3 + 2 + 2 + 2 = 14$ points

Une société organise une campagne de démarchage par téléphone pour vendre un abonnement à une plateforme de streaming.

Chaque employé de cette société effectue 80 appels par jour.

Les relevés des premiers jours permettent de constater que 12 % des personnes interrogées acceptent ce nouvel abonnement.

On suppose que le fichier « clients potentiels » est suffisamment important pour que les choix soient indépendants les uns des autres.

La variable aléatoire X compte le nombre journalier de nouveaux abonnés réalisé par un employé.

Toutes les réponses de cet exercice seront arrondies au centième près.

- a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- b. Calculer la probabilité que l'employé obtienne exactement 5 nouveaux abonnés.
- c. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un nouvel abonné un jour donné.
- d. Calculer $P(5 \leq X \leq 10)$ et interpréter dans le contexte.
- e. Calculer $E(X)$ et interpréter dans le contexte.
- f. Déterminer l'intervalle de fluctuation I au seuil de 95 % du nombre de nouveaux abonnés.
- g. Nicolas, un employé de cette société de démarchage, a obtenu 15 nouveaux abonnés aujourd'hui. Cet employé est-il représentatif de la société ?

Question 6 (1 + 1 + 2) + (1 + 1 + 1 + 3) = 10 points

Monsieur Pytha sort son chien Thalès tous les matins à 6 h 30 avant de partir au boulot. Il y a deux promenades différentes : elle change suivant la météo. La promenade effectuée lorsqu'il ne pleut pas est bien sûr plus longue que lorsqu'il pleut.

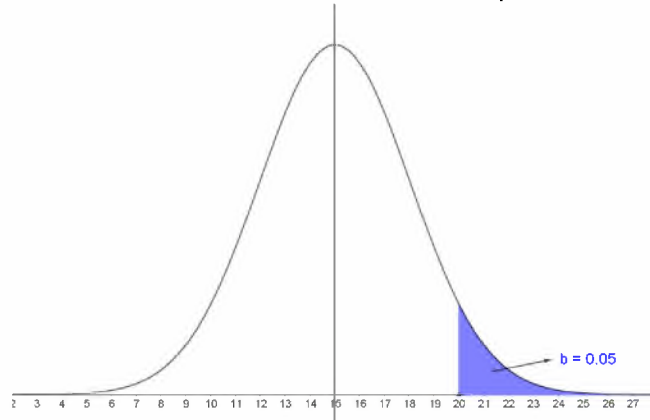
Partie A

Lorsqu'il ne pleut pas, on modélise le temps de promenade, exprimé en minutes, par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 25$ minutes et d'écart type $\sigma = 3$ minutes

- Déterminer la probabilité que la promenade dure entre 20 et 25 minutes.
- Monsieur Pytha doit partir de son domicile pour se rendre au travail à 7 h 00. Quelle est la probabilité qu'il soit en retard ?
- Avant quelle heure doit-il sortir son chien pour partir à l'heure avec une probabilité de 90 % ? Arrondir le résultat à la minute près.

Partie B

Lorsqu'il pleut, on modélise le temps de promenade, exprimé en minutes, par une variable aléatoire Y qui suit une loi normale dont voici la fonction de densité de probabilité :



- En utilisant les informations sur le graphique,
 - Déterminer $P(15 < Y < 20)$
 - Déterminer $P(Y > 10)$
- On note Z la variable aléatoire définie par $Z = \frac{Y - 15}{\sigma}$.
 - Quelle loi la variable aléatoire Z suit-elle ?
 - Déterminer une valeur de σ au centième près.

Question 7 $(1 + 1 + 1) + (1 + 1 + 1 + 2) = 8$ points

Lors d'une enquête à propos de la densité urbaine, 4545 personnes ont été interrogées. L'une des questions était : que faut-il privilégier : construire à la verticale (quitte à avoir des bâtiments plus hauts et densifier l'espace) ou construire à l'horizontale, en étalant la ville (quitte à diminuer la superficie des sols naturels ou agricoles) ?

Voici les résultats, classés par groupes d'âges :

	Jeune adulte (18 à 35 ans)	Adulte (36 à 59 ans)	Senior (60 ans et plus)	Total
Privilégier la construction verticale	989	1142	414	2545
Privilégier la construction horizontale	556	1012	432	2000
Total	1545	2154	846	4545

On choisit au hasard une des personnes interrogées.

On note

- V : « la personne privilégie la construction verticale »
- H : « la personne privilégie la construction horizontale »
- J : « la personne est un jeune adulte »
- A : « la personne est un adulte »
- S : « la personne est un senior ».

- a. Déterminer la probabilité $P(V \cap S)$ et interpréter dans le contexte.
- b. Déterminer la probabilité que cette personne soit en faveur de la construction horizontale.
- c. Déterminer la probabilité que cette personne soit en faveur de la construction horizontale sachant qu'elle est un senior.

On veut maintenant étudier si la préférence entre la construction verticale ou l'horizontale est significativement dépendante ou pas de la classe d'âge.

- d. Énoncer l'hypothèse H_0 .
- e. Énoncer l'hypothèse H_1 .
- f. On réalise un test de χ^2 au seuil de signification $\alpha = 5\%$. Déterminer la p – valeur.
- g. Conclure, dans le contexte de l'exercice.