

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES GÉNÉRALES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	05.06.23	Durée :	08:15 - 10:15	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Analyse	Section(s) :	GSO		

Sauf indications contraires, pour l'ensemble du questionnaire, arrondir les résultats à trois chiffres significatifs.

Question 1

[2+5]+2 = 9 points

1.1 Résoudre algébriquement les équations et inéquations suivantes sur le domaine indiqué :

a. $e^{x^2-3} = e^{-4}$

$D = \mathbb{R}$

b. $\ln(x+6) + \ln(2x) \leq \ln(17x+3)$

$D =]0; +\infty[$

1.2 Simplifier l'expression suivante :

$$A = e^{\ln(7) - 2 \ln(5)}$$

Question 2

1+1+2+2+2 = 8 points

La catastrophe de Tchernobyl est un accident nucléaire survenu le 26 avril 1986.

La fonction f définie par

$$f(t) = 500 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{8}t}$$

donne la masse (en grammes) d'iode 131 radioactif présent après l'accident en fonction du temps t (en jours).

2.1 Quelle masse d'iode 131 a été libérée lors de l'accident ?

2.2 Calculer $f(8)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

2.3 Combien de jours après la catastrophe la masse d'iode 131 devient-elle pour la première fois strictement inférieure à 100 g ?

2.4 Combien de jours après la catastrophe la masse d'iode 131 est égale à environ 10 g ?

2.5 De quel pourcentage la masse d'iode 131 varie-t-elle entre le 10^e et le 15^e jour ?

Question 3**1+1+2+2+1+2+2 = 11 points**

Une agence immobilière a réalisé une enquête sur les prix immobiliers au Luxembourg au fil des années. Les données collectées sont résumées dans le tableau ci-dessous.

Année	2016	2018	2019	2020	2021
Rang de l'année (x_i)	5	7	8	9	10
Prix de vente moyen ($\text{€}/m^2$) (y_i)	4 796	5 365	5 723	6 676	7 929

source : www.immotop.luPartie A

- 3.1 Justifier à l'aide du coefficient de corrélation qu'un ajustement affine est valable.
- 3.2 Donner une équation de la droite de régression de y en x .
- 3.3 Quel serait, d'après ce modèle, le prix de vente moyen par m^2 (à l'euro près) en 2023 ?

Partie B

- 3.4 Compléter sur la feuille d'énoncé le tableau suivant :

Rang de l'année (x_i)	5	7	8	9	10
Prix de vente moyen ($\text{€}/m^2$) (y_i)	4796	5365	5723	6676	7929
$z_i = \ln(y_i)$					

- 3.5 Déterminer une équation de la droite de régression de z en x .
- 3.6 En utilisant le résultat précédent, déterminer un ajustement de z en x sous la forme $y = k \cdot e^{ax}$ (k et a sont des nombres réels arrondis à 10^{-2}).
- 3.7 En quelle année, selon ce modèle, le prix de vente moyen par m^2 dépassera-t-il 10 000 € ?

Question 4**2+1+1+2+2+2+2+2+2 = 16 points**

Madame Thill a une grande entreprise qui ne vend que des produits informatiques des marques Thador et Euclidor.

64 % des produits de madame Thill proviennent de la marque Thador dont 4 % présentent un défaut de qualité.

97 % des produits de la marque Euclidor ne présentent pas de défaut de qualité.

On choisit un produit de l'entreprise de madame Thill et on considère les événements suivants :

- T : « Il s'agit d'un produit de la marque Thador. »
- E : « Il s'agit d'un produit de la marque Euclidor. »
- D : « Le produit présente un défaut de qualité. »

4.1 Représenter la situation par un arbre pondéré.

4.2 Quelle est la probabilité que ce produit choisi provienne de la marque Thador et ne présente pas de défaut de qualité ?

4.3 Déterminer $P_T(D)$.

4.4 Montrer que la probabilité que ce produit choisi présente un défaut de qualité est égale à 0,0364.

On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de produits présentant un défaut de qualité dans un échantillon de 250 produits.

On suppose que le stock de cette entreprise est suffisamment grand pour que le choix d'un échantillon de 250 produits puisse être assimilé à un tirage avec remise.

4.5 Quelle loi suit X ? Justifier et préciser les paramètres.

4.6 Calculer $P(X \geq 6)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

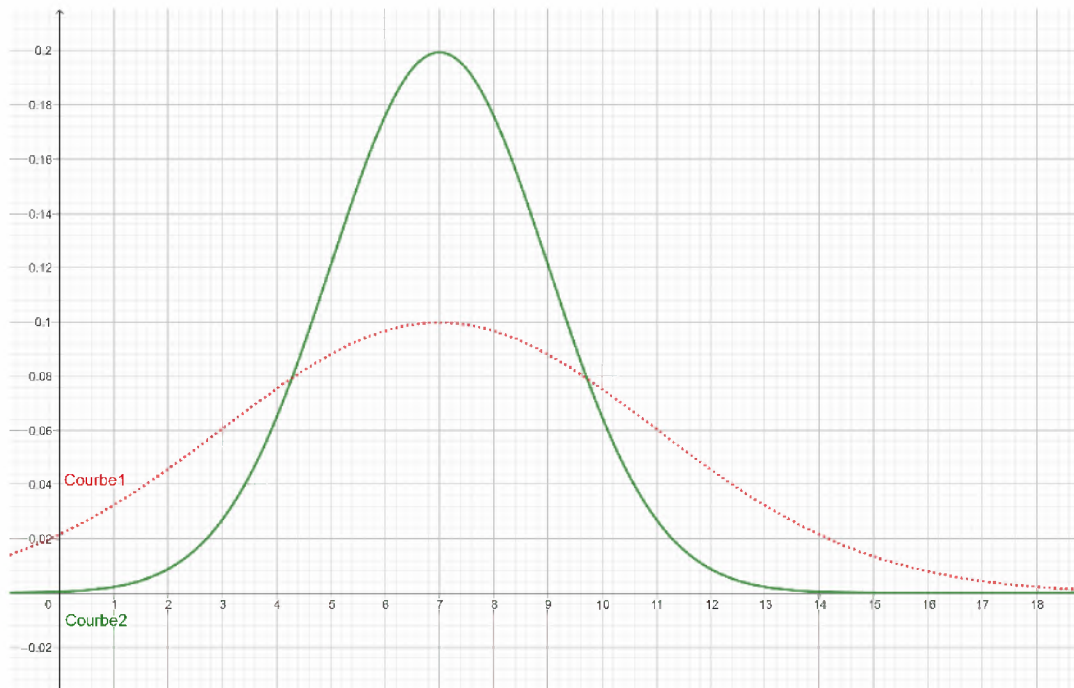
4.7 Calculer $E(X)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

4.8 Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % du nombre de produits présentant un défaut de qualité dans un échantillon de 250 produits.

4.9 On contrôle un échantillon de 250 produits dans un des magasins de l'entreprise de madame Thill et 3 produits présentent un défaut de qualité. Est-ce que l'échantillon est représentatif de la production totale de l'entreprise ? Justifier.

Question 5

1+1+4+1+1+2 = 10 points



La variable aléatoire X qui suit la loi normale de paramètres μ (nombre entier) et σ est représentée par la Courbe1.

- 5.1 Déterminer graphiquement le paramètre μ . Justifier votre réponse.
- 5.2 Déterminer $P(X > 7)$.
- 5.3 Sachant que $P(X \geq 9) = 0,309$, déterminer (à l'unité près) la valeur de σ .

Pour la suite on admet que $\sigma = 4$.

- 5.4 Déterminer sans calculatrice $P(-1 \leq X \leq 15)$. Justifier votre réponse.
- 5.5 Déterminer $P(X < 5)$.
- 5.6 La Courbe2 représente-t-elle la fonction de densité de la loi normale $N(7;2^2)$ ou $N(7;5^2)$? Justifier votre réponse.

Question 6**1+[1+1+1+2] = 6 points**

328 élèves de la section GSO se sont présentés à la session de juin de l'examen de fin d'études secondaires. On veut étudier une dépendance éventuelle entre les caractères « être une fille en 1GSO » et « réussir le bac en session de juin ».

Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

	Réussi	Ajourné ou refusé	Total
Fille			207
Garçon	81		
Total	233		328

6.1 Compléter sur la feuille d'énoncé le tableau ci-dessus.

6.2 On réalise un test du χ^2 au seuil de signification $\alpha = 5\%$.

- Énoncer l'hypothèse H_0 .
- Énoncer l'hypothèse alternative H_1 .
- Combien vaut la p-valeur ?
- Conclure dans le contexte.