

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES GÉNÉRALES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	08.06.23	Durée :	08:15 - 10:45	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques	Section(s) :	GCF / GCG / GCGSL / GCG_ANGDF		

Exercice 1 : (7 points)

Résoudre l'équation suivante après avoir déterminé son ensemble de définition :

$$\left(\frac{e^{x^2+4}}{e^{-3x+2}} - 1\right)\left(\frac{e^{20x+14}}{(e^{x^2})^4} - e^3\right) = 0$$

Exercice 2 : (9 points)

Résoudre l'inéquation suivante après avoir déterminé son ensemble de définition :

$$\ln(x+5) + \ln(1-x) \leq -\ln\left(\frac{1}{8}\right)$$

Exercice 3 : (9 points)

Faire l'étude complète de la fonction f définie par $f(x) = 1 - \frac{3}{2}\ln\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$.

(domaine, limites et asymptotes éventuelles, intersections avec les axes, dérivée, tableau de variation, tableau de valeurs et graphique)

Exercice 4 : (2+3+2=7 points)

Une entreprise qui fabrique des jupes en cuir estime que le coût total de production de x jupes, en euros, s'exprime par :

$$C(x) = 4x^2 - 80x + 1600, \text{ avec } x \leq 100$$

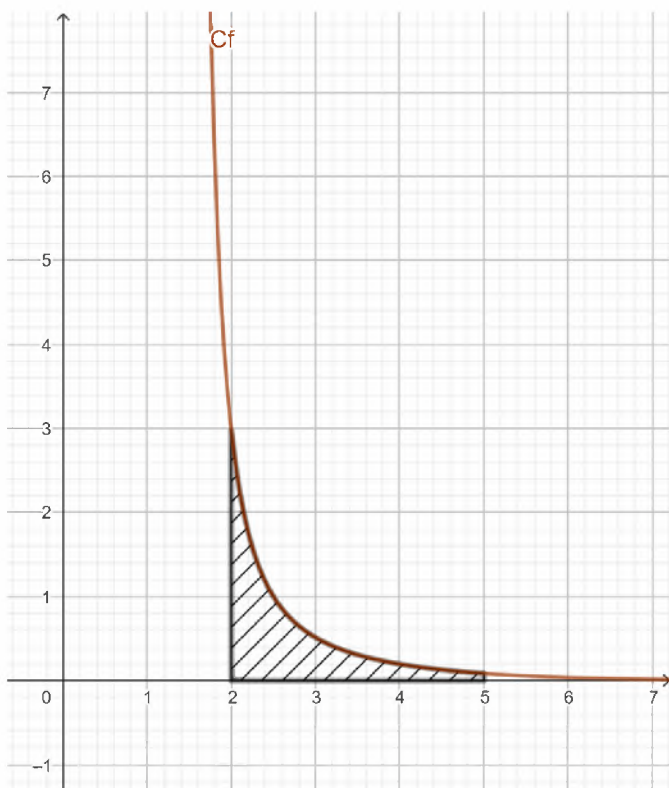
L'entreprise vend les jupes 400€ pièce.

- 1) Déterminer la recette $R(x)$ puis le bénéfice $B(x)$.
- 2) Dresser le tableau de variation de la fonction B .
- 3) Déterminer la quantité de jupes à produire et à vendre pour réaliser le bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice ?

Exercice 5 : (3+3=6 points)

Voici la représentation graphique de la fonction f définie sur $]\ln 4; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x \cdot e^x - 3e^x + 12}{(e^x - 4)^2}$.

- Vérifier que la fonction F définie par $F(x) = \frac{-3x}{e^x - 4} + 2$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]\ln 4; +\infty[$.
- Le graphique ci-dessous représente la fonction f .
Calculer l'aire de la surface délimitée par C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 5$.

**Exercice 6 : (2+1+1+2=6 points)**

A la sortie d'un cinéma, on interroge des visiteurs en leur demandant s'ils préfèrent voir une comédie (**C**) ou un thriller (**T**). On interroge en tout 330 femmes (**F**) et 270 hommes (**H**). Deux tiers des femmes préfèrent les comédies et 85% des hommes interrogés préfèrent les thrillers.

- Représentez la situation par un diagramme en arbre.

A la sortie du cinéma on choisit au hasard une personne.

- Déterminer la probabilité qu'il s'agisse d'une femme qui préfère les comédies.
- Déterminer la probabilité qu'il s'agisse d'une personne qui préfère les thrillers.
- Sachant que la personne choisie préfère les comédies, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une femme ?

Exercice 7 : ((2+1)+3= 6 points)

On tire des cartes d'un jeu de 32 cartes.

- 1)
 - a) On tire 5 cartes simultanément, déterminer la probabilité d'obtenir au moins 1 cœur.
 - b) On tire 5 cartes simultanément, déterminer la probabilité d'obtenir exactement quatre trèfles.
- 2) Après chaque tirage, on regarde la carte obtenue et on la remet dans le paquet.
Déterminer la probabilité d'obtenir au plus quatre piques en six tirages.

Exercice 8 (1+1+1+1+1+1+2+2=10 points)

Tous les résultats numériques seront arrondis à 10^{-3} près.

Le nombre annuel de passagers d'un certain aéroport international est donné dans le tableau suivant:

Année	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2018
Rang de l'année: x_i	0	5	10	15	20	25	28
Nombre de passagers en millions: y_i	1,072	1,267	1,670	1,874	1,930	2,687	4,037

Partie A : Ajustement affine

- 1) Justifier à l'aide du coefficient de corrélation linéaire qu'un ajustement affine est valable.
- 2) Déterminer les coordonnées du point moyen G
- 3) Donner une équation de la droite des moindres carrés.
- 4) Si la tendance se poursuit, estimer le nombre de passagers en 2023.

Partie B : Ajustement exponentiel

On envisage alors un ajustement exponentiel et donc on pose $z = \ln y$.

- 5) Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	0	5	10	15	20	25	28
$z_i = \ln y_i$							

- 6) Déterminer l'équation de la droite de régression de z en x .
- 7) En utilisant le résultat précédent, déterminer un ajustement de y en fonction de x , sous la forme $y = Ce^{Dx}$
- 8) Selon ce modèle, estimer en quelle année le nombre de passagers dépassera les 6 millions.