

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES GÉNÉRALES

Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	06.06.23	Durée :	08:15 - 10:45	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques	Section(s) :	GCF / GCG / GCGSL / GCG_ANGDF		

Exercice 1 : (2+4+2 = 8 points)

Un chocolatier confectionne chaque mois entre 200 et 500 ballotins de pralines. Le bénéfice en milliers d'euros, pour x centaines de ballotins produits et vendus est donné par

$$B(x) = (2x - 5)e^{-x+4}$$

- Vérifiez que la dérivée de B est donnée par $B'(x) = (7 - 2x)e^{-x+4}$.
- Dressez le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[2; 5]$.
- Déterminez le nombre de ballotins de pralines pour lequel le bénéfice est maximal et déterminez le bénéfice correspondant.

Exercice 2 : (6 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'inéquation suivante :

$$\ln(x^2 - x - 2) < 2 \ln(3 - x)$$

Exercice 3 : (5 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'équation suivante :

$$(-2e^{-9x^2+5x} \cdot e^{7x-4} + 2) \cdot \left(\frac{e^{3x^2}}{e^{4x-2}} + 1 \right) = 0$$

Exercice 4 : (10 points)

Faites l'étude complète de la fonction f définie par $f(x) = 2 - 3e^{\frac{1}{2}x-1}$.

(Ensemble de définition, limites et asymptotes éventuelles, intersections avec les axes, dérivée, tableau de variation et représentation graphique)

Exercice 5 : (2+2+1=5 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\frac{54-2x}{x^2}\right)$.

- Déterminez le domaine de définition de la fonction f .
- Calculez la dérivée de la fonction f .
- Déterminez $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Exercice 6 : (2+1+1+2=6 points)

Une enquête réalisée auprès des utilisateurs d'une application smartphone permettant de signaler la présence de contrôles de vitesse sur leurs trajets en voiture a montré que

- pour 10% des trajets il y a une alerte ;
 - dans 60% des cas où il y a une alerte, il y a un contrôle ;
 - dans 20% des cas où il n'y a pas d'alerte, il y a un contrôle.
- Construisez un arbre qui illustre cette situation.
 - Quelle est la probabilité qu'il n'y ait pas d'alerte, mais qu'il y ait un contrôle ?
 - Quelle est la probabilité qu'il y ait un contrôle ?
 - Quelle est la probabilité qu'il y ait une alerte sachant qu'il y a un contrôle ?

Exercice 7: (2+2=4 points)

On lance un dé à huit faces (octaèdre régulier) numérotées de 1 à 8.

- Déterminez la probabilité d'obtenir deux fois un nombre pair en lançant le dé 4 fois.
- Déterminez la probabilité d'obtenir au moins une fois le 8 en lançant le dé 6 fois.

Exercice 8: (5+6=11 points)

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à 0,01 près.

Le tableau suivant indique l'évolution du nombre d'employés d'une entreprise établie en 2016 au Luxembourg :

Année	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5
Nombre d'employés (y_i)	54	95	154	264	421

A) Ajustement affine

- Déterminez les coordonnées du point moyen G .
- Déterminez en %, l'augmentation des employés entre 2016 et 2020.
- Justifiez à l'aide du coefficient de corrélation qu'un ajustement affine est valable.
Donnez une équation de la droite de régression de y en x .
- Estimez, à l'aide de l'ajustement précédent, le nombre d'employés en 2025.

B) Ajustement non affine

- Recopiez et complétez le tableau suivant.

Année	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5
Nombre d'employés (y_i)	54	95	154	264	421
$z = \ln y$					

- Déterminez la droite de régression de z en x .
- En utilisant le résultat précédent, déterminez un ajustement de y en x sous la forme $y = C \cdot e^{D \cdot x}$.
- Estimez à l'aide de ce nouvel ajustement, le nombre d'employés en 2025.
- Estimez aussi, à l'aide de cet ajustement, en quelle année le nombre d'employés dépassera la valeur de 1000.

Exercice 9: (3+2=5 points)

Calculez les intégrales suivantes :

- $\int_1^4 \frac{2x^3 + 3x^2 - 2}{x} dx$
- $\int_0^{\ln 2} \frac{3e^x}{2} dx$