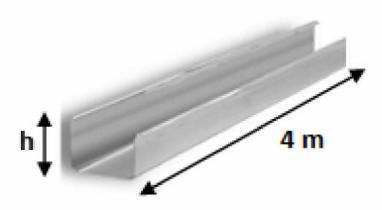
## EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES GÉNÉRALES Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	15	5.09.23	Durée :	08:15 - 11:15		Numéro candidat :	
Discipline :		Mathématiques - Mathématiques-Analyse		Section(s):		GA3D	

Question 1

[1+2+4 = 7 points]



Une entreprise produit des gouttières une utilisant des feuilles de zinc de 4 m de long et de 12 cm de large. La production se fait en pliant deux côtés et en les relevant perpendiculairement à la feuille.

On note h la longueur, exprimée en m, d'un côté, et V(h) le volume de la gouttière en fonction de h. (On ne tiendra pas compte de l'épaisseur de la feuille de zinc).

- a) A quel intervalle doit appartenir h (en m) pour que la figure ait un sens?
- b) Montrer que:

$$V(h) = 0,48h - 8h^2$$

c) Quelle hauteur doivent avoir les côtés relevés pour que la gouttière ait une contenance maximale ?

Question 2 [4+4 = 8 points]

a) Résoudre dans ¡ l'équation suivante :

$$e^{3x} + 15e^{-x} = 8e^x$$

b) Résoudre dans ¡ l'inéquation suivante :

$$\ln(x+2) - \ln 3 \ge \ln(3x+2) - \ln(x+4)$$

Question 3

[1+4+3+3+3+3 = 17 points]

On donne la fonction

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{2e^x}$$

- a) Déterminer le domaine de définition  $\,D_f\,$  de la fonction  $\,f\,$  .
- b) Calculer les limites aux bornes du domaine de définition. Interpréter graphiquement.
- c) Montrer que la fonction dérivée f' est donnée par l'expression  $f'(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$
- d) Étudier les variations de la fonction f sur  $D_f$ .
- e) Montrer que l'équation f(x)=1 admet une solution unique  $\alpha \in [0;1]$ . Donner un encadrement à 0,01 près de  $\alpha$
- f) Établir l'équation de la droite t, tangente à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse  $x_0 = \ln 2$ .

Question 4

[3+4+2+3 = 12 points]

<u>PARTIE 1</u>: Calculer les intégrales suivantes :

a) 
$$I = \int_{2}^{3} (4x-2)(x^2-x+1) dx$$

b) 
$$J = \int_{1}^{2} (x^{2} - 1) \cdot \ln(2x) dx$$

PARTIE II:

On donne

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 4e^x + 1}{(e^x + 1)^2}$$

- c) Montrer que  $f(x) = 1 + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$ .
- d) En déduire  $\int_0^1 f(x) dx$

Question 5 [6 points]

Résoudre le système suivant par une méthode au choix. Donner ensuite une interprétation géométrique du résultat.

$$\begin{cases} 2x + y + 3z - 1 = 0 \\ x - 3y + z + 6 = 0 \\ -3x + y + 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

Question 6

[3+1+3+3 = 10 points]

On donne les plans

$$\pi_1$$
:  $x + y + z + 2 = 0$   
 $\pi_2$ :  $2x + 3y + z + 8 = 0$ 

- a) Donner une représentation paramétrique de la droite d , intersection des plans  $\pi_1$  et  $\pi_2$  .
- b) Préciser un vecteur directeur  $\vec{u}$  de la droite d .
- c) Établir une équation cartésienne du plan  $\pi_3$  passant par le point A(1;4;2) et de vecteur normal  $\vec{u}$  .
- d) Déterminer l'intersection de la droite d et du plan  $\pi_3$ .