

QUESTIONNAIRE

Date :	23.09.24		Horaire :	08:15 - 10:15	Durée :	120 minutes
Discipline :	MATHE	Type :	écrit	Section(s) :	CA-MALA / CA-MALF / CA-MATT / CE / CE-4LANG / CF / CG / CG-4LANG / CG-COMED / CG-SPO / CG-URBS	
					Numéro du candidat :	

PARTIE I – SYSTÈME D'ÉQUATIONS ET D'INÉQUATIONS (20 POINTS)

Question 1**(8 points)**

Résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{2}{3}\left(\frac{3}{5}x - 5\right) = \frac{1}{5}x - \frac{7}{3} - \frac{2y - z}{5} \\ x + 2y - z = 5 \\ -5y = 2(4x + y) - 3\left(z - \frac{5}{3}\right) \end{cases}$$

Question 2**(12 points)**

Une entreprise du secteur agroalimentaire fabrique des compléments alimentaires sous forme de poudre. Elle produit deux recettes différentes, toutes deux à base de pommes, de cacahuètes et de chocolat.

Chaque emballage du complément de type I a un coût de production de 2 € et contient 0,4 kg de pommes, 0,5 kg de cacahuètes et 0,6 kg de chocolat.

Chaque emballage du complément de type II a un coût de production de 1,5 € et contient 0,6 kg de pommes, 0,5 kg de cacahuètes et 0,4 kg de chocolat.

Pour optimiser la production, l'entreprise doit utiliser, au quotidien, au moins 144 kg de pommes, 150 kg de cacahuètes et 140 kg de chocolat.

L'entreprise ne peut pas fabriquer plus de 350 emballages par jour.

Combien d'emballages de chaque complément l'entreprise doit-elle produire chaque jour afin que le coût total de production quotidien soit minimal ? A combien s'élève ce coût ?

Remarque : On utilisera un repère orthonormé d'unité 1 cm pour 50 emballages.

PARTIE II – ANALYSE (22 POINTS)

Question 3

(5+3 = 8 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^3 + 8x^2 + \frac{19}{2}x + 3$.

On appelle C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

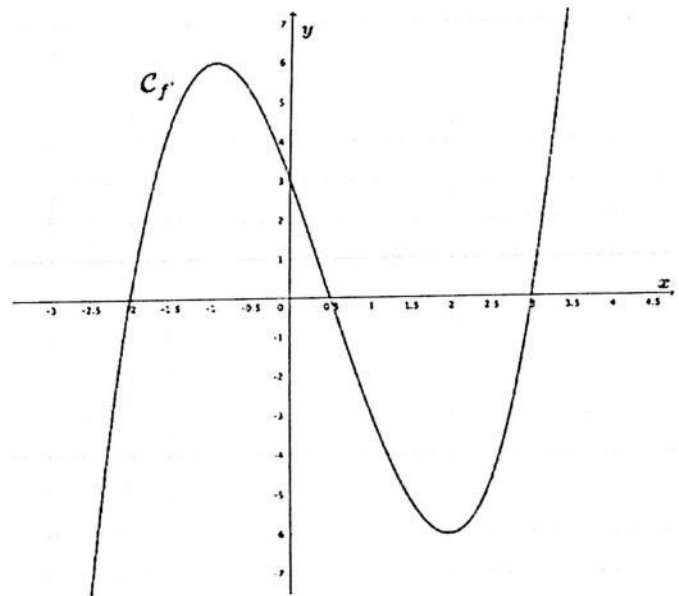
- 1) Calculer la dérivée de f , dresser le tableau de variation et déterminer les coordonnées des extrema éventuels.
- 2) Calculer la dérivée seconde de f , dresser le tableau de concavité et déterminer les coordonnées des points d'inflexion éventuels.

Question 4

(3+2 = 5 points)

Soit f une fonction. On donne ci-contre la représentation graphique de la fonction dérivée f' .

- 1) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) Tracer une courbe qui pourrait être celle de f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.



Question 5

[(3+3)+3 = 9 points]

- 1) a) Résoudre l'équation suivante sur \mathbb{R} : $2 \cdot 5^{-4x} - 3 = -8 \cdot 5^{-4x} + 2$
 b) Résoudre l'équation suivante sur $\left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$: $-3 - \log_7(2x - 3) = -1 - 3 \log_7(2x - 3)$
- 2) Soient a, b et c trois réels strictement positifs tels que $\log a = -5,2$, $\log b = 3$ et $\log c = 10,4$.
 Calculer $\log \left(\frac{a \cdot b^2}{\sqrt{c}} \right)$ en utilisant les propriétés des logarithmes.

PARTIE III – PROBABILITÉS ET COMBINATOIRE (18 POINTS)

Question 6

(4+5 = 9 points)

Une entreprise produit trois types d'ampoules : halogènes, fluocompactes ou LED. Ces ampoules peuvent avoir une forme standard ou une forme tubulaire. On sait que :

- 45% de toutes les ampoules produites sont fluocompactes et parmi ces ampoules 60% ont une forme standard.
- 25% de toutes les ampoules produites sont halogènes et parmi ces ampoules 40% ont une forme tubulaire.
- 60% de toutes les ampoules produites ont une forme standard.

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

	ampoules halogènes	ampoules fluocompactes	ampoules LED	Total
forme standard				
forme tubulaire				
Total				

- 2) Lors d'un contrôle de qualité, on choisit une ampoule au hasard. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse :
- a) d'une ampoule fluocompacte?
 - b) d'une ampoule LED sachant qu'elle est de forme standard ?
 - c) d'une ampoule de forme tubulaire sachant qu'elle est fluocompacte ?
 - d) d'une ampoule qui n'est pas LED et qui est de forme standard ?
 - e) d'une ampoule qui n'est pas LED sachant qu'elle est de forme standard ?

Question 7

[(2+2)+3+2 = 9 points]

Les questions suivantes sont indépendantes.

- 1) Combien de mots différents (ayant un sens ou non) peut-on former en permutant les lettres des mots :
 - a) ANACONDA
 - b) PIRATE si les voyelles (A,E et I) doivent rester ensemble (peu importe l'ordre)?
- 2) Combien de mains de 5 cartes choisies dans un jeu de 52 cartes contiennent exactement un roi et un cœur ?
Quelle est la probabilité d'obtenir une telle main ?
- 3) 30 étudiants, dont 5 étudiants en mathématiques, se réunissent pour former un comité de 10 personnes.
Quelle est la probabilité qu'il y ait **au moins un** étudiant en mathématiques dans ce comité ?

Remarque : On donnera une valeur exacte puis une valeur arrondie à 10^{-4} près des résultats.