

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	22.09.23	Durée :	08:15 - 10:15	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Analyse	Section(s) :	CA-MALA / CA-MALF / CE / CE-4LANG / CF / CG / CG-4LANG / CG-COMED / CG-URBS		

Partie 1 : Systèmes d'équations et d'inéquations

Question 1 – 8 points

Résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{2y + 4x}{2} - \frac{2y + 5(x + z)}{3} + \frac{5}{6}(z - 1) = 0 \\ 3(z - 3) + 2(y + z - x) = 2z - (x + 10) \\ 9z - 3x + 5 = 2 - 6y \end{cases}$$

Question 2 – 12 points

Pour aider une classe à financer un voyage de fin d'année, le directeur du lycée met l'imprimante 3D à sa disposition pour la journée portes-ouvertes.

Les élèves proposent deux objets personnalisables aux visiteurs : une tasse de type « mug » à 15 € ou un gobelet avec couvercle à 25€. Chaque objet est imprimé selon la demande avec une photo ou un prénom.

La classe prévoit de faire au moins 30 ventes dans la journée, dont au moins 15 tasses et au moins 10 gobelets.

Pour imprimer une tasse, la machine travaille pendant 10 minutes. Il lui faut en revanche 15 minutes pour imprimer un gobelet et son couvercle.

L'imprimante 3D n'est prêtée que pendant les 8 heures de la journée portes-ouvertes.

Combien d'objets de chaque sorte doit vendre la classe pour obtenir une recette maximale ? Quelle est cette recette ?

Remarque : on utilisera un repère orthonormé d'unité 1 centimètre pour 4 objets.

Partie 2 : Analyse

Question 3 – 9 points (4+3+2)

Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 4x + 3$

1. Dresser le tableau de variations de f et préciser ses extrema éventuels.
2. Dresser le tableau de concavité de f et préciser ses points d'inflexion éventuels.
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente T_0 à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

Question 4 – 10 points ((3+3)+(2+2))

1. a) Résoudre l'équation suivante sur \mathbb{R} et donner l'ensemble des solutions :

$$-11 - 2 \cdot 8^{2x-1} = 3 \cdot 8^{2x-1} + 9$$

- b) Résoudre l'équation suivante sur $] -\infty ; 1 [$ et donner l'ensemble des solutions :

$$\log_5(1-x) - 5 = 7 - 2 \log_5(1-x)$$

2. Soit a et b deux nombres réels strictement positifs. Sachant que $\log a = 2,5$ et $\log b = -2$, calculer :

- a) $\log(a^2 b^{-3})$

- b) $\log \frac{\sqrt{b}}{a^2}$

Question 5 – 6 points

Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^2 - x + 1$

Calculer la dérivée de f au point d'abscisse -1 de deux manières différentes.

Partie 3 : Probabilités et combinatoire

Question 6 – 7 points (3+2+2)

On interroge un groupe de personnes, composé d'autant d'hommes que de femmes, sur leur type de boisson préférée au petit-déjeuner.

12 % des hommes prennent une boisson au lait et 20% des femmes boivent un café noir.

30% des personnes interrogées boivent du thé, et parmi elles, 70% sont des femmes.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

	Thé	Café noir	Boisson au lait
Femme			
Homme			

2. On choisit au hasard une personne de ce groupe.
- Quelle est la probabilité que cette personne soit une femme qui ne boit pas de thé ?
 - Sachant que cette personne boit du lait, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un homme ?

Question 7 – 8 points (2+3+3)

On tire simultanément une main de 5 cartes d'un jeu de 52 cartes.

- Quelle est la probabilité d'obtenir 5 cartes rouges ?
- Quelle est la probabilité de tirer au moins un roi ?
- Quelle est la probabilité de tirer exactement une dame et 4 piques ?