

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024**QUESTIONNAIRE**

Date :	07.06.24	Horaire :	08:15 - 10:00	Durée :	105 minutes
Discipline :	MATHE - STRUC	Type :	écrit	Section(s) :	CD / CD-4LANG / CE-MATF
					Numéro du candidat :

QUESTION 1 (14 points)

On donne le polynôme P à coefficients complexes :

$$P(z) = 2z^3 - (5 + 7i)z^2 + (17 + 21i)z + 4(1 - 13i).$$

Résoudre l'équation $P(z) = 0$ sachant que le polynôme P admet une racine imaginaire pure.

En déduire la forme factorisée de P .

QUESTION 2 (13 (4+5+4) points)

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

- 1) On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = \frac{24\sqrt{3}+8i}{2i-\sqrt{3}}$ et $z_2 = 2\sqrt{2}(1-i)$

On note Z le nombre complexe défini par $Z = \frac{z_1}{z_2}$.

- a) Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.
b) Écrire Z sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.

En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

- 2) Calculer les racines quatrièmes de $-8 + 8i\sqrt{3}$ et écrire les résultats sous forme algébrique.

QUESTION 3 (14 (3+(4+4+3)) points)

On donne le système :

$$(S) \begin{cases} 4x - (m+3)y + 3z = 4 \\ x - my + 2z = -2(m+1) \\ (m+1)x - 2z = -2 \end{cases}$$

où m est un paramètre réel.

- 1) Calculer les valeurs du paramètre m pour lesquelles le système admet une solution unique.
2) Résoudre et interpréter géométriquement le système dans les cas suivants :
a) $m = -4$
b) $m = 2$
c) $m = 3$

QUESTION 4 (19 (3+4+4+2+4+2) points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le plan $\pi \equiv 2x - 3y + 4z + 8 = 0$, la droite

$$d \equiv \begin{cases} x = 3\alpha + 1 \\ y = -2\alpha + 2 \\ z = -3\alpha - 1 \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R}), \text{ le point } A(2;3;4) \text{ et le vecteur } \vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- 1) Démontrer que la droite d est incluse dans le plan π .
- 2) Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite d' perpendiculaire au plan π passant par le point A .
- 3) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d'' de vecteur directeur \vec{u} et passant par A . Déterminer le point de percé de d'' dans π .
- 4) Montrer que d et d'' sont orthogonales.
- 5) Déterminer une équation cartésienne du plan π' défini par les deux droites d' et d'' sécantes en A .
- 6) Montrer que la droite d est perpendiculaire au plan π' .